

DOI:10.13409/j.cnki.jdpme.20220112003

地铁列车运行诱发低频振动控制数值研究*

路德春, 马 帅, 孔凡超, 杜修力, 马一丁

(北京工业大学岩土与地下工程研究所, 北京 100124)

摘要: 地铁列车运行诱发的低频振动问题受到人们的广泛关注, 对于低频振动的控制研究具有重要意义。采用移动激振力函数来模拟轮轨之间相互作用力, 建立轨道-隧道-地层三维动力有限元模型。核心思想是通过降低地层中能量传递密度的方式来减小低频振动, 首先分析地铁列车运行诱发的地层和地表动力响应规律, 揭示低频振动的传播衰减机理。之后通过普通整体道床轨道和钢弹簧浮置板轨道两个不同的轨道型式, 系统地分析普通整体道床轨道中隧道衬砌参数和道床参数对地表低频振动的影响规律, 对钢弹簧浮置板轨道进行优化, 增大底板的刚度和厚度, 研究优化后底板参数和隔振器排列方式对地表低频振动的控制效果。计算结果表明: 低频部分随着与隧道纵向轴线距离的增加, 在地层和地表均衰减较慢; 普通整体道床轨道中道床刚度和高度、隧道衬砌刚度均对低频振动的影响较大, 而隧道衬砌厚度对低频振动的影响较小; 钢弹簧浮置板轨道中随着底板刚度和长度的增加, 低频振动的控制效果越好, 隔振器数量越少, 越有利于低频振动的控制。

关键词: 地铁; 低频振动控制; 普通整体道床轨道; 钢弹簧浮置板轨道; 动力有限元模拟

中图分类号: TU9 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-2132(2023)06-1291-13

Numerical Study on Low Frequency Vibration Control Induced by Operation of Subway Train

LU Dechun, MA Shuai, KONG Fanchao, DU Xiuli, MA Yiding

(Institute of Geotechnical and Underground Engineering, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

Abstract: Low frequency vibration induced by the operation of subway train has been widely concerned by people, and it is of great significance to the research of low frequency vibration control. This study establishes a three-dimensional dynamic finite element model for rail-tunnel-stratum utilizing a moving excitation force function to simulate the interaction forces generated by wheel-rail contact. The core idea of this paper is to reduce low frequency vibration by reducing energy transfer density in the stratum. Firstly, the dynamic response law of ground and surface induced by subway train operation is analyzed to reveal the propagation and attenuation mechanism of low frequency vibration. Then, through two different track types of ordinary integral track bed and steel spring floating slab track, the effects of tunnel lining parameters and track bed parameters on low-frequency vibration of the ground surface in ordinary integral track are systematically analyzed, and the steel spring floating slab track is optimized to increase the stiffness and thickness of the bottom board. The control effects of optimized bottom board parameters and isolator arrangement on low-frequency ground surface vibration are stud-

* 收稿日期: 2022-01-12; 修回日期: 2022-03-04

基金项目: 国家自然科学基金项目(52025084)资助

作者简介: 路德春(1977—), 男, 教授, 博士。主要从事岩土与城市地下工程方面的研究。E-mail: dechun@bjut.edu.cn

ied. The calculation results show that the low-frequency part decays slowly in both stratum and surface with the increase of the distance from the longitudinal axis of the tunnel. The stiffness and height of track bed and the stiffness of tunnel lining have great influence on the low frequency vibration, but the thickness of tunnel lining has little effect on low frequency vibration. With the increase of the stiffness and length of the bottom board, the control effect of low frequency vibration becomes better, the fewer the number of isolators, the better the control of low frequency vibration.

Keywords: subway; low frequency vibration control; common integral track bed track; steel spring floating slab track; dynamic finite element simulation

0 引言

城市轨道交通为居民的出行带来了极大的便利,但产生的振动对周围环境带来很多不良影响。目前,相关研究学者采用空沟^[1]、连续墙^[2]、隔振桩^[3]等控制措施,可以有效地控制高频振动。而地铁列车引起的低频振动严重影响沿线的居民身体健康^[4-5],会引起材料疲劳,影响建筑物的完整性和正常使用寿命^[6-7],以及精密仪器的正常使用^[8-9]。因此控制低频振动具有重要的现实意义。

数值模拟方法可以考虑复杂地层条件以及隧道与地层间的接触关系,是研究地铁环境振动控制的适用性方法。目前采用数值模拟方法针对地铁列车运行诱发的振动控制问题,可分为传播途径控制和振源控制两类。在列车振动传播途径控制方面,隔振沟墙、排桩、波阻块等是控制振动传播路径方面的有效措施。屈阳^[3]采用现场实测和有限元的方法,得到了隔振沟、隔振墙与隔振桩的隔振效果,结果表明这些隔振屏障都无法有效隔振 25 Hz 以下频段的地铁振动。王利军等^[1]基于数值模拟方法研究了减振沟参数对地铁隧道振动控制效果的影响。郭炳川等^[10]建立了排桩的数值模型,对比分析排桩不同布置形式对列车振动控制效果的影响。W.S.Zhao等^[11]通过数值模拟,对采用不同配合比泡沫混凝土隧道衬砌的隔振性能做了对比分析。F.Kirzhner等^[12]对轨下地基 0.5 m 厚弹性柔性均匀土层进行置换,分析了其振动的降低程度。X.Zhang等^[13]建立了土壤和排桩的模型,对排桩的隔振效果进行了分析。张雪^[14]利用数值模拟方法系统地分析了不同波阻块参数工况下的控制效果,结果表明波阻块对高频部分有较好的控制效果。H.Antes等^[15]和 H.Takemiya等^[16]研究结果表明波阻块能有效地减弱地面振动。上述隔振措施对高频部分控制效果显著,并且只在

施加控制措施周围一定范围区域内有较好的控制效果。钢弹簧浮置板轨道是在列车振动振源控制方面的有效措施。Y.Dere^[17]通过数值模拟方法,分析了钢弹簧浮置板的振动特性及减振效果,得出钢弹簧浮置板轨道对 15 Hz 以下的低频部分控制较差。谷爱军等^[18]利用三维钢弹簧浮置板轨道结构模型,研究了不同频段的隔振效率。汪杰^[19]通过动力学计算模型,研究了不同轨道参数对钢弹簧浮置板轨道减振性能的影响,结果表明钢弹簧浮置板对 18 Hz 以上的振动控制效果较好。王炯等^[20]通过建立浮置板的动力模型,对长、短浮置板轨道的控制效果进行了分析。以上研究中钢弹簧浮置板轨道整体上对 20 Hz 以上的高频振动有较好的控制效果,但对列车运行诱发的 20 Hz 以下低频振动控制较差。综上所述,振源控制比传播路径控制对低频振动的控制效果好,但是仍然对低频振动的控制效果较差,而地铁运行引发的低频振动会给沿线带来严重的环境问题。所以目前的研究在地铁列车运行诱发的 20 Hz 以下的低频振动控制方面仍有不足。

本文考虑列车移动荷载、隧道与地层间接触关系以及无限元边界,基于 ABAQUS 建立轨道-隧道-地层三维数值模型。以降低地层中能量传递密度为目标,分析地铁列车运行诱发的地中和地表动力响应规律,揭示低频振动传播衰减机理。对普通整体道床轨道和钢弹簧浮置板轨道这两种不同的轨道型式进行分析,研究普通整体道床轨道中道床参数和隧道衬砌参数对地表低频振动的影响规律;对钢弹簧浮置板轨道进行优化,增大底板的厚度和刚度,研究优化后底板刚度和长度、隔振器排列方式对地表低频振动的控制效果。

1 三维动力有限元模型

本文以西安地铁二号线为工程背景,建立轨

道-隧道-地层三维数值模型,该模型合理考虑尺寸与材料参数的选取,接触关系和边界条件的设置。荷载采用反映各种不平顺因素的激振力函数来模拟轮轨相互作用力。

1.1 轨道-隧道-地层三维数值模型

基于西安地铁二号线南门工点的现场实测结果^[21],距地表深度0~50 m剪切波速最大值为360 m/s,频率为10 Hz,土中剪切波的最大波长为 $\lambda = v/f = 360/10 = 36$ m。最大波长是确定三维数值模型几何尺寸的重要参考。所建三维有限元数值模型的深度、纵向长度以及隧道中心线距边界的水平距离都至少在一个波长以上^[22]。本文的模型尺寸取为110 m×50 m×80 m,如图1所示。

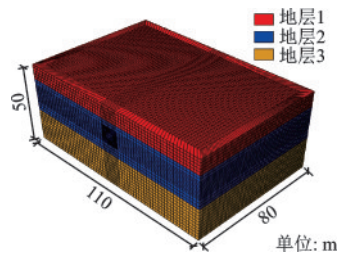


图1 轨道-隧道-地层的三维有限元模型

Fig.1 3D finite element model of track-tunnel-stratum

普通整体道床轨道是由隧道衬砌、钢轨、轨枕和道床组成,钢轨与轨枕之间采用扣件连接,其横断面如图2(a)所示。钢弹簧浮置板轨道由轨道结构、混凝土浮置板、隔振器、底板等组成,其中隔振器包括钢弹簧和黏滞阻尼器。建立了钢弹簧浮置板轨道-隧道-地层三维数值模型,其中浮置板和底板均采用混凝土材料,浮置板的弹性模量为 3.5×10^{10} N/m²,密度2 500 kg/m³,厚度0.4 m,长度5 m;底板弹性模量 2.5×10^{10} N/m²,密度2 500 kg/m³,厚度0.2 m,长度5 m。钢弹簧刚度为6 MN/m,钢弹簧阻尼为60 000 N·s/m,间距为2 m,钢弹簧阻尼器采用弹簧-阻尼单元建模,浮置板采用实体单元模拟,如图2(b)所示。各部件的参数见表1。

数值模型中,将地层视作水平成层且均质各向同性,模型从上到下依次设置为:0~10 m为地层1,10~30 m为地层2,30~50 m为地层3,如图1所示。地层采用摩尔库伦弹塑性本构模型,地层的物理力学参数见表2。隧道衬砌及道床采用弹性本构关系。隧道衬砌采用C50混凝土,道床为整体式,采用C30混凝土。实际的隧道衬砌是由高强度螺栓将管

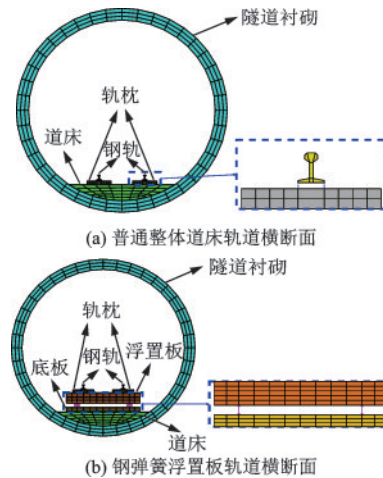


图2 两种轨道横断面

Fig.2 Cross sections of two tracks

表1 各部件的参数

Table 1 Parameters of each component

部件名称	密度 ρ /(kg·m ⁻³)	弹性模量 E /Pa	泊松比
钢轨	7 800	2.06e11	0.1
轨枕	2 400	3e10	0.15
道床	2 551	3e10	0.15
隧道衬砌	2 551	2.76e10	0.15

片栓接而成,本文建模时采用整体式衬砌,因此需将衬砌刚度进行折减,根据文献^[23]刚度折减系数的取值范围为0.75~0.85,本文取0.8。本文采用地层剪切波速测试结果获得土体的动弹性模量。根据张柯^[21]对西安地铁二号线南门工点的剪切波波速测试结果,地层1~3对应的剪切波波速分别为220、320、340 m/s。土动弹性模量的计算式如下^[24]:

$$E_d = \frac{\rho v_s^2 (3v_p^2 - 4v_s^2)}{v_p^2 - v_s^2} \quad (1)$$

式中, E_d 为土的动弹性模量(MPa); μ_d 为土的动泊松比; ρ 为土体密度(kg/m³); v_p 为压缩波波速(m/s); v_s 为剪切波波速(m/s)。

本文有限元模型的接触存在于轨枕与道床之间、道床与隧道衬砌之间以及隧道衬砌与土体之间,如图2所示。对于轨枕与道床、道床与隧道衬砌之间采用绑定接触。但对于隧道衬砌与土体之间,由于列车运行时会产生复杂的动力相互作用,为了模拟隧道衬砌和土体之间交界面间的接触非线性,接触算法为罚函数法,接触面法向行为用“硬接触”模型,即接触面间能传递的接触压力大小不受限制,当接触压力变为零或负值时接触面分离,考虑到地铁荷载不会引起各接触面的分离,故将计算模

表2 地层材料参数

Table 2 Stratum material parameters

地层/m	密度 ρ / ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	动弹性模 量 E /MPa	动泊松 比 μ	黏聚力 c /kPa	内摩擦角 φ /($^\circ$)
地层1 (0~10)	1 910	216	0.23	29.4	18
地层2 (10~30)	1 988	450	0.22	38.6	23
地层3 (30~50)	2 000	536	0.20	43.5	27

型中的各接触面设置为不分离。接触面切向设置摩擦系数,隧道衬砌与土之间的摩擦系数取0.7。

本文的人工截断边界采用无限元边界,使能量可以向无穷远处传播,避免了波的虚假反射,可以更加合理地模拟地铁列车运行诱发的地层振动响应。基于J.Lysmer等^[25]提出的黏性边界理论,通过在边界引入阻尼系数来达到吸收振动波的目的,阻尼系数的取值为:

$$d_p = \rho c_p \quad (2)$$

$$d_s = \rho c_s \quad (3)$$

式中, d_p 和 d_s 分别为p波和s波的阻尼系数, c_p 和 c_s

分别为p波和s波的波速。

1.2 列车荷载输入方法

本文列车荷载参考潘昌实等^[26]采用反映不平整因素、附加动荷载和轨面波磨效应的激振力及车轮静荷载来模拟轮轨之间的相互作用力,该方法得到的列车动荷载频带较宽,充分考虑到了轨道不平整、车轮不平整、车轮偏心等因素产生的随机荷载,可以合理反映真实情况。激励荷载 $F(t)$ 的表达式为:

$$F(t) = P_0 + P_1 \sin \omega_1 t + P_2 \sin \omega_2 t + P_3 \sin \omega_3 t \quad (4)$$

式中, P_0 是车轮静荷载; $P_1 \sim P_3$ 分别是因行车平稳性(I)、作用到线路上的动力附加荷载(II)、轨面波形磨耗(III)而产生振动荷载的幅值,若列车簧下质量为 m , 则 $P_i = m a_i \omega_i^2$ ($i = 1, 2, 3$), a_i 是I、II、III三个条件下的典型矢高; ω_i 是某一车速时对应于I、II、III条件的不平整振动波长下的圆频率, $\omega_i = 2\pi v/L_i$, L_i 是对应于I、II、III三个条件下的典型波长, v 是波速,典型矢高和波长可以通过实地量测得到; t 为荷载作用时间。本文参考谢伟平等^[27]、梁建文等^[28]采用的英国轨道几何不平整管理值来计算三个影响因素对应的频率,见表3。

表3 英国轨道几何不平整管理值

Table 3 British track geometry irregularity management value

波长与矢高	影响因素							
	行车平稳性(I)		作用到线路上的动力附加荷载(II)				轨面波形磨耗(III)	
波长/m	50	20	10	5	2	1	0.5	0.05
正矢/mm	16	9	5	2.5	0.6	0.3	0.1	0.005

西安地铁采用B型车,为三动三托的六车编组形式,车辆轴重不超过14 t,取单边车轮静载 $P_0 = 70 \text{ kN}$,列车簧下质量 $m = 750 \text{ kg}$,根据英国轨道几何不平整管理值(见表3)取得3种不平整条件下典型的振动波长分别为: $L_1 = 10 \text{ m}$; $L_2 = 2 \text{ m}$; $L_3 = 0.5 \text{ m}$ 。由式(4)计算得到单边车轮动荷载表达式如式(5)所示,动荷载时程曲线如图3所示。

$$F(t) = 70\,000 + 585 \times \sin(4.444\pi t) + 1\,828 \times \sin(22.222\pi t) + 4\,679 \times \sin(88.889\pi t) \quad (5)$$

式中, $F(t)$ 为单个车轮动荷载(N); t 为荷载作用时间(s)。

本文将轮轨之间的相互作用力以面荷载的形式作用于钢轨上,设定长与宽均为5 mm的薄面板作为荷载承载体。薄板与钢轨相接触,给薄板定义

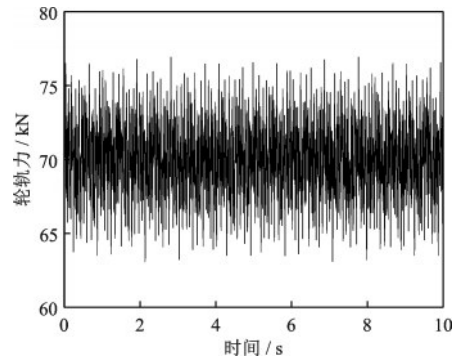


图3 单边车轮动荷载时程曲线

Fig.3 Dynamic load time history curve of single wheel

沿隧道纵向的移动速度,实现了地铁荷载随时间和位移的变化。

1.3 有限元数值模型验证

为了验证有限元模型的准确性,参考陈俊豪^[29]对某城市地铁运行引起的地表振动加速度进行的现场实测工况,建立列车荷载-隧道-衬砌-地层三维有限元模型,激振力荷载的计算采用地铁B型列车,车速为60 km/h,隧道的几何参数和材料参数、地层的力学参数均与实际工况相符,计算模型深度为40 m,包含了3层土,隧道埋深为40 m,现场地层参数见表4。有限元模型计算出的地表峰值加速度为0.046 m/s²,现场实测的地表峰值加速度为0.051 m/s²,两者的结果相差较小,验证了轨道-隧道-地层三维动力有限元方法的合理性。

表4 地层材料参数

Table 4 Stratum material parameters

地层/m	密度 $\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	动弹性模量 E/MPa	动泊松比 μ
地层1(0~10)	1 650	141	0.443
地层2(10~22)	1 940	175.3	0.439
地层3(22~40)	1 985	353	0.439

2 地铁运行引起环境低频响应特征

本章基于1.1节建立的普通整体道床轨道-隧道-地层三维有限元数值模型,计算分析地层和地表的动力响应。对模型纵向中间截面与隧道纵向轴线不同距离处地表的三向峰值加速度进行对比;揭示地铁列车运行诱发的低频振动在地中和地表的传播衰减机理。

在三维模型的网格划分中,随着与隧道横向和竖向轴线距离的增加,地层和地表网格由密变疏。本文按照建模时划分的网格结点进行测点设置,如图4所示。隧道上方设置4个测点,隧道下方设置4个测点,研究低频振动在隧道上方和下方的传播衰减规律。地表与隧道轴线不同距离处设置11个测点,对比分析与隧道轴线不同距离处地表三向峰值加速度,并取其中6个点研究低频振动在地表的传播衰减规律。

图5为与隧道纵向轴线不同距离处地表三向峰值加速度对比图。随着与隧道轴线距离的增加,三向峰值加速度均有显著的衰减。其中,竖向峰值加速度在距离隧道轴线25 m左右存在放大区。横向

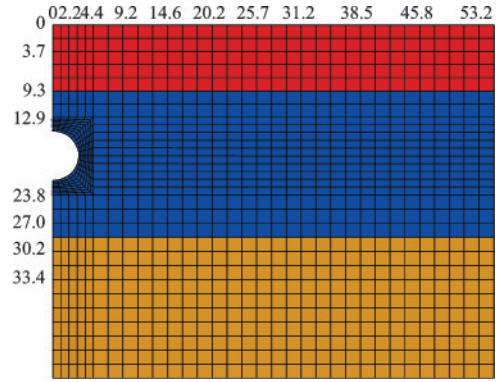


图4 模型地层和地表测点设置

Fig.4 Model stratum measurement point setting

和纵向峰值加速度均在距隧道轴线25 m之内衰减较快,之外的衰减较慢。地表不同位置处各测点的竖向峰值加速度最大,横向峰值加速度次之,纵向峰值加速度最小,故地铁列车运行引起的地表振动以竖向加速度为主。本文仅对竖向加速度进行研究。

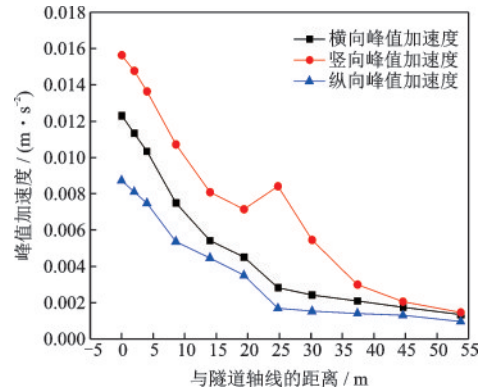


图5 与隧道纵向轴线不同距离处地表三向峰值加速度对比
Fig.5 Comparison of surface peak acceleration in three directions at different distances from the tunnel axis

用一个频率点的能量来综合反映一个频段的能量,这样的频率点称为中心频率。本文采用三分之一倍频程的方法确定中心频率,确定原则如下:在两个频率相距为一个倍频程的上下限之间再插入两个频率,这4个频率之间依次相距三分之一倍频程,其比例为 $1:2^{1/3}:2^{2/3}:2$,这样就把每个倍频程分为三个频段,每个频段的最大频率称为上限频率 f_u ,最小频率称为下限频率 f_l ,中心频率定义为 $f_c = \sqrt{f_u f_l}$,所以中心频率为不同间距分布。本文的中心频率采用国标《GB/T 3240-1982声学测量中的常用频率》中规定的频率^[30]。采用中心频率的优势是用离散点来描述连续的频段,可以更多地展示低频部

分。本文的研究主题是揭示地铁列车诱发的低频振动传播衰减机理,采用三分之一倍频程的中心频率是研究本文低频振动问题的适用性方法。

2.1 低频振动在地中的传播规律

隧道上方地中不同深度测点竖向加速度三分之一倍频程加速度振级曲线如图6所示。各测点的加速度振级随中心频率的增加均呈现先增大后减小的趋势,但最大加速度振级以及对应的中心频率却有差异。 $H=12.9\text{ m}$ 、 $H=9.3\text{ m}$ 、 $H=3.7\text{ m}$ 和 $H=0\text{ m}$ 的最大加速度振级分别为110、92、81和82 dB,对应的中心频率100、63、63和40 Hz。在1~20 Hz频段,加速度振级随着深度的减小变化不明显,在20~400 Hz频段,加速度振级随着深度的减小而减小。

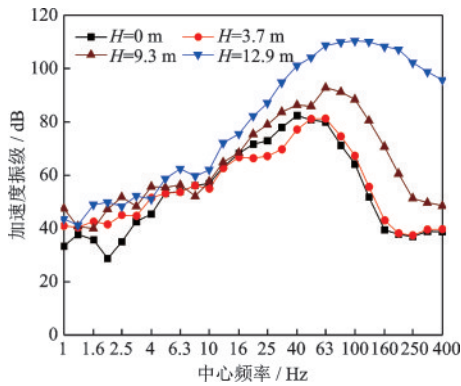


图6 隧道上方地中不同深度测点竖向加速度三分之一倍频程
Fig.6 1/3 octave frequency range of vertical acceleration of measuring points at different depths above the tunnel

图7为隧道下方不同深度测点竖向加速度三分之一倍频程加速度振级曲线。由图可知, $H=23.8\text{ m}$ 、 27.0 m 、 30.2 m 和 33.4 m 的加速度振级随中心频率的增加出现两个峰值,与地层的固有频率有关,也就是地层力学参数,除此之外,还与隧道和地层的几何关系、振动荷载的特性有关,是由综合因素引起的振动响应。并且在两个峰值附近均呈现先增大后减小的趋势,第一个峰值对应的中心频率均为2 Hz,第二个峰值对应的中心频率却不同,分别为125、63、50和50 Hz。在1~5 Hz频段,各测点的加速度振级随深度的增加而减小,即在隧道轴线较近处加速度振级大,离隧道轴线较远处加速度振级小;在5~20 Hz频段,各测点的加速度振级随深度的增加变化不大;在20~400 Hz频段,各测点的加速度振级随深度的增加而衰减较快。

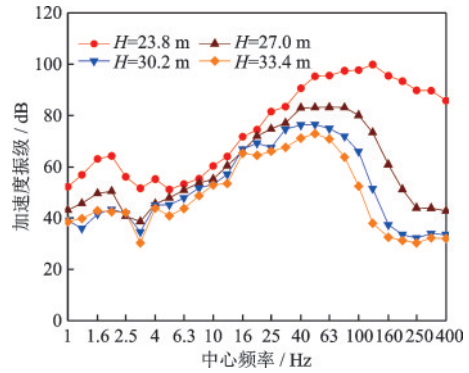


图7 隧道下方地中不同深度测点竖向加速度三分之一倍频程
Fig.7 1/3 octave frequency range of vertical acceleration of measuring points at different depths below the tunnel

2.2 低频振动在地表的传播规律

地表不同位置测点的竖向加速度三分之一倍频程加速度振级曲线如图8所示。不同位置测点的加速度振级随着频率增加仍呈现先增大后减小的趋势,但在160~400 Hz频段,各测点的加速度振级趋于一致。在1~20 Hz频段,各测点的加速度振级随距离的增加变化不大;在20~400 Hz频段,各测点的加速度振级随距离的增加而减小;随着与隧道轴线距离的增加,各测点的最大加速度振级分别为82、75、65、60、54和51 dB,对应的中心频率分别为40、31.5、31.5、25、16、16和10 Hz。

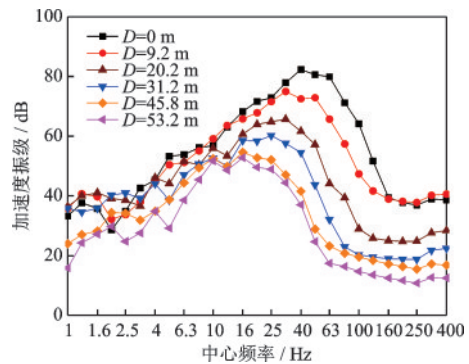


图8 地表不同位置测点竖向加速度三分之一倍频程
Fig.8 1/3 octave frequency range of vertical acceleration of measuring points at different positions on the surface

综合地中和地表各测点竖向加速度三分之一倍频程加速度振级曲线可知,低频部分在隧道上方和下方的地层中,加速度振级随着深度的变化较小,衰减速度较慢;在地表低频部分随着与隧道轴线距离的增加,同样衰减速度较慢;而高频部分在地层和地表的衰减速度较快。这是因为振动波的低频部分波长长,频率低,穿越障碍物的能力强,在

传播过程中衰减速度慢;而高频部分波长短,频率高,在传播过程中衰减速度快。

低频部分的衰减速度较慢,控制低频振动主要有两种措施,第一种是降低地层中的能量传递密度,第二种是切断其传播路径,本文主要研究从振源处降低能量的传递密度,以普通整体道床轨道和钢弹簧浮置板轨道为研究对象,分析了不同参数对低频振动的影响规律。

3 普通整体道床轨道对地表低频振动影响规律分析

地铁列车运行产生的振动通过道床和隧道衬砌传播到周围土层中,因此道床和隧道衬砌对振动传播有较大的影响。本章以普通整体道床轨道为研究对象,通过降低地层中能量传递密度的方式来减小低频振动,研究道床参数和隧道衬砌参数对地表低频振动的影响规律。

本文采用控制系数 A_r 评价不同措施的控制效果,如式(6)所示。

$$A_r = \left(1 - \frac{\text{施加控制措施}}{\text{未加控制措施}} \times \text{加速度振级}\right) \times 100\% \quad (6)$$

当 $A_r > 0$ 时,说明该措施可以减小振动响应,数值越大,表明控制效果越好;当 $A_r = 0$ 时,说明该措施对振动响应的控制没有效果;当 $A_r < 0$ 时,说明该措施增大了振动响应,数值越小,表明放大效应越明显。

3.1 道床参数

从道床的刚度和高度两个方面进行参数分析,研究道床参数对地表低频振动的影响规律。

3.1.1 道床刚度

以 1.1 节的道床刚度作为基准,将道床刚度设置为基准刚度的 5 倍、10 倍和 20 倍,分析道床刚度对地表 0 m 处低频振动的影响规律。

图 9 为 1~20 Hz 内不同道床刚度地表 0 m 处三分之一倍频程加速度振级曲线。由图可知,在 1~10 Hz 频段,不同道床刚度下加速度振级均随中心频率的增加整体上呈现增大的趋势;在 10~20 Hz 频段,不同道床刚度下加速度振级均随中心频率的增加呈现先减小后增大的趋势,最小加速度振级对应的中心频率为 12.5 Hz。道床刚度为基准刚度的

10 倍和 20 倍时,各中心频率对应的加速度振级差值在 13 dB 左右。

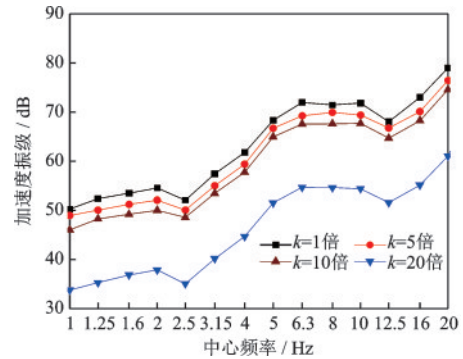


图 9 不同道床刚度地表 0 m 处三分之一倍频程

Fig.9 Diagram of 1/3 octave frequency range at 0 m surface with different track bed stiffness

道床刚度对中心频率的控制效果影响规律如图 10 所示。各中心频率对应的控制系数均随道床刚度的增大而增大。道床刚度从 10 倍增大到 20 倍的过程中,控制系数最大值从 8% 增加到 33%;道床刚度为基准刚度的 5 倍和 20 倍时,控制系数随着中心频率的增加呈现波动变化,当道床刚度为基准刚度的 20 倍时,在 1~2.5 Hz 频段,控制系数随着中心频率的增加呈现先减小后增大的趋势,在 2.5~20 Hz 频段,控制系数随中心频率的增加呈现先快速减小后波动变化的趋势。由于地层的振动响应与几何尺寸、地层力学参数均有较大关系,因此低频振动的控制效果随道床刚度的增加整体上呈现非线性的关系。

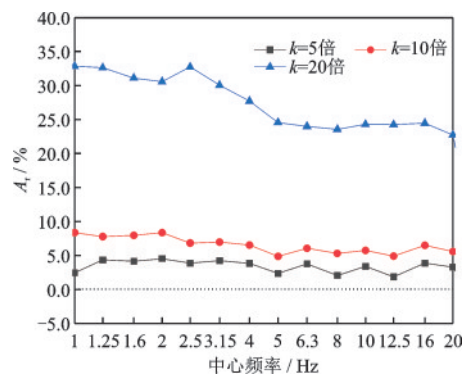


图 10 不同道床刚度对不同频率的控制效果

Fig.10 Control effect of different track bed stiffness on different frequency

3.1.2 道床高度

以道床高度 0.5 m 作为基准,将道床高度设置为 0.3、0.7、0.9 和 1.1 m,分析道床高度对地表 0 m 处

低频振动的影响规律。

道床高度对中心频率的控制效果影响如图 11 所示。不同道床高度的控制系数均随中心频率的增加波动变化。当道床高度减小为 0.3 m 时,控制系数为负值,对低频振动有放大的效应;控制系数随着道床高度的增加而增大,控制系数最大值依次为 5%、8% 和 12%,对应的中心频率依次为 2、2、1.25 Hz。由此可知,道床高度的增加可以使振动能量进行更大范围的传播,降低了地层中的能量传递密度,从而对低频振动有较好的控制效果。

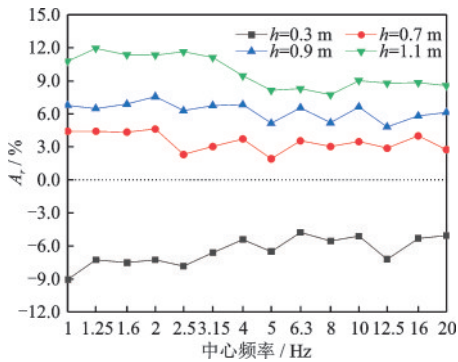


图 11 不同道床高度对不同频率的控制效果

Fig.11 Control effect of different track bed height on different frequency

3.2 隧道衬砌参数

从隧道衬砌的刚度和厚度两个方面进行参数分析,研究衬砌参数对地表低频振动的影响规律。

3.2.1 衬砌刚度

以 1.1 节的衬砌刚度作为基准,将衬砌刚度设为基准刚度的 2 倍、5 倍、7 倍、10 倍、20 倍和 50 倍,分析不同衬砌刚度对地表低频振动影响规律。

图 12 为 1~20 Hz 内不同衬砌刚度下地表 0 m 处三分之一倍频程加速度振级曲线。由图可知,在 1~8 Hz 频段,不同衬砌刚度下加速度振级均随中心频率的增加整体上呈现增加的趋势;在 8~20 Hz 频段,不同衬砌刚度下加速度振级随中心频率的增加呈现先减小后增大的趋势,最小加速度振级对应的中心频率为 12.5 Hz。

不同衬砌刚度对不同中心频率的控制效果如图 13 所示。当衬砌刚度为基准刚度的 20 倍时,控制系数为负数,衬砌结构的自振频率与施加的荷载频率相接近,从而引起共振,对低频振动产生放大的效应。衬砌刚度为基准刚度的 2 倍、5 倍、7 倍、10

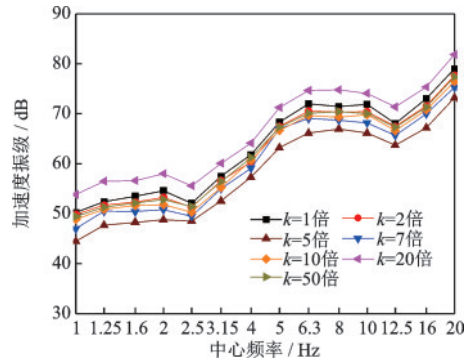


图 12 不同衬砌刚度地表 0 m 处三分之一倍频程

Fig.12 Diagram of 1/3 octave frequency range at 0 m surface with different lining stiffness

倍、20 倍和 50 倍时,控制系数最大值依次为 2%、11%、7%、5%、-3% 和 3%,对应的中心频率依次为 4、1、2、2、10 和 2 Hz。

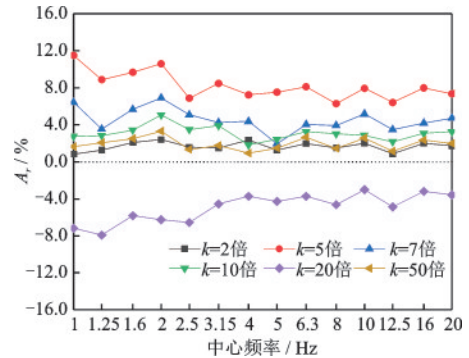


图 13 不同衬砌刚度对不同中心频率的控制效果

Fig.13 Control effect of different lining stiffness on different central frequency

由于各中心频率的控制系数随衬砌刚度的增加变化趋势相同,因此,以中心频率 8 Hz 时为例,图 14 为控制系数随衬砌刚度的变化曲线,随着衬砌刚度的增加,控制系数呈现先增大后减小再增大的趋势。衬砌刚度从 1 倍变为 14 倍的过程中,此时隧道衬砌刚度相对于地层的刚度仍然较小,隧道衬砌能较好地吸收地铁运行产生的振动能量,可以有效控制低频振动。当衬砌刚度达到 50 倍时,隧道衬砌几乎近于完全刚性,地层相对较柔,在地铁列车运行诱发的振动荷载作用下,隧道衬砌受周围地层的约束作用较小,主要由隧道衬砌自身的刚度决定,而此时隧道衬砌自身刚度较大,足以抵抗振动荷载的作用,因此对低频振动有较好的控制作用。对于本文的有限元模型,当衬砌刚度为基准刚度的 20 倍左右时,衬砌刚度与周围地层刚度相差不大,在相同

的振动荷载作用下,导致衬砌和地层一起振动,引起地表低频振动的放大效应。

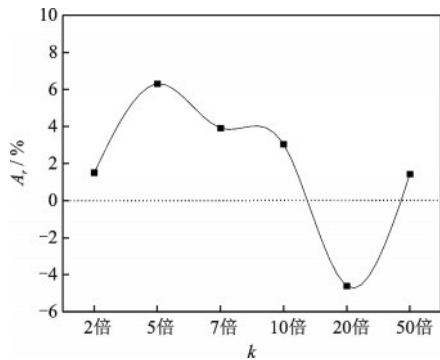


图 14 控制系数随衬砌刚度的变化曲线

Fig.14 Curve of control coefficient with lining stiffness

衬砌刚度的增加会改变振动波在隧道内的传播方式,使能量更多地进行反射,从而使地层中的能量传递密度得以降低,但由于隧道衬砌刚度和地层刚度之间有相对的大小关系,隧道衬砌刚度从小到大的过程中,控制效果呈现波动变化。

3.2.2 衬砌厚度

以衬砌厚度 0.4 m 作为基准,将衬砌厚度设置为 0.2、0.6 和 0.8 m,分析衬砌尺寸对地表 0 m 处低频振动的影响规律。

不同衬砌厚度对不同中心频率的控制效果如图 15 所示。当衬砌厚度为 0.6 m 时,控制系数随着中心频率的增加变化不大,均在 4% 左右。当衬砌厚度为 0.2 m 和 0.8 m 时,都有不同程度的放大效应,控制系数随着频率的增加呈现先增大后减小的趋势,控制系数最大值依次为 -4% 和 -3%,对应的中心频率依次为 20 Hz 和 6.3 Hz。

通过对道床参数和隧道衬砌参数的分析,发现道床刚度和高度、衬砌刚度对低频振动的控制有较大的影响。道床刚度和高度的最大控制效果分别

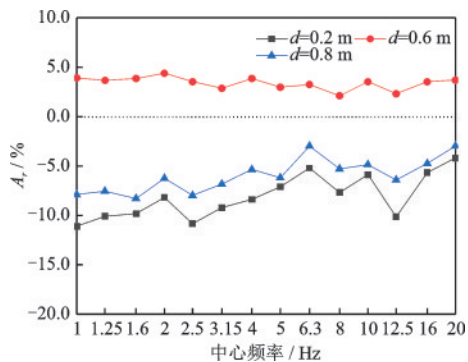


图 15 不同衬砌厚度对不同中心频率的控制效果

Fig.15 Control effect of different lining thickness on different central frequency

可以达到 33% 和 12%,由此可知,增大道床结构的刚度和高度均可以降低地层中的能量传递密度,从而有效地控制低频振动。

4 钢弹簧浮置板轨道对地表低频振动影响规律分析

本章的主要研究对象为钢弹簧浮置板轨道,以降低能量的传递密度为目标,对钢弹簧浮置板轨道进行了优化。对比分析普通整体道床轨道和优化前后钢弹簧浮置板轨道的地表 0 m 处的振动响应;研究优化后钢弹簧浮置板轨道底板参数和隔振器排列方式对地表低频振动的影响规律。

4.1 钢弹簧浮置板轨道减振效果分析

为了使地铁列车运行产生的振动能量可以向隧道下方进行更大范围的传播,降低地层中的能量传递密度,本文对钢弹簧浮置板轨道进行优化,在保证浮置板和底板总厚度不变的情况下,增大底板的厚度和刚度,减小浮置板的厚度和刚度。即优化后钢弹簧浮置板轨道的底板厚度设置为 0.4 m,弹性模量为 3.5×10^{10} N/m²,浮置板厚度设置为 0.2 m,弹性模量为 2.5×10^{10} N/m²,其余参数与前述相同,对比分析优化前后钢弹簧浮置板轨道和普通整体道床轨道的地表 0 m 处的振动响应。

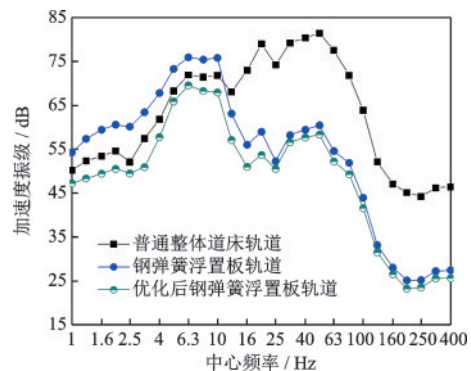


图 16 3 种轨道地表 0 m 处三分之一倍频程

Fig.16 1/3 octaves frequency range of the surface at 0 m with the three tracks

从图 16 中可以看出,与普通整体道床轨道相比,采用钢弹簧浮置板轨道时,地表 11 Hz 以上频段加速度振级明显减小,降低了地表的振动响应,最大减振量达 23 dB,并且都减小到 60 dB 以下,对人的影响已经较小;而对于 11 Hz 以下频段,加速度振

级有放大的效应,因此钢弹簧浮置板轨道对11 Hz以上的振动有较好的控制效果。与钢弹簧浮置板轨道相比,优化后的钢弹簧浮置板轨道在地表1~11 Hz频段的振动响应明显降低,最大减振量可达12.5 dB;在11~20 Hz频段,地表的加速度振级也略有减小。

在目前地铁环境振动控制措施中,减振效果最好的是钢弹簧浮置板轨道,它可以有效控制高频振动,但对低频段的振动会有放大的效应,通过本文对钢弹簧浮置板轨道进行优化,在保证浮置板和底板总厚度不变的情况下,增大底板的厚度和刚度,减小浮置板的厚度和刚度,这样就降低了能量的传递密度,既保证了高频段的有效控制,同时对低频段也有较好的控制效果,相比于普通整体道床轨道略小,可以控制整个频段的振动。弥补了钢弹簧浮置板轨道对于低频振动控制较差的不足。

4.2 底板参数

从底板刚度和长度两个方面进行参数分析,以降低地层中的能量传递密度为目标,研究底板参数对地表低频振动的影响规律。

4.2.1 底板刚度

以4.1节的底板刚度作为基准,将底板刚度设置为基准刚度的5倍、10倍、20倍和50倍。研究底板刚度对地表0 m处低频振动的控制效果。

图17为1~20 Hz内不同底板刚度下地表0 m处三分之一倍频程加速度振级曲线。由图可知,在1~6.3 Hz频段,不同底板刚度下加速度振级均随中心频率的增加整体上呈现增大的趋势;在6.3~20 Hz频段,不同底板刚度下加速度振级均随中心频率的增加呈现先减小后增大的趋势,最小加速度振级对应的中心频率为16 Hz。

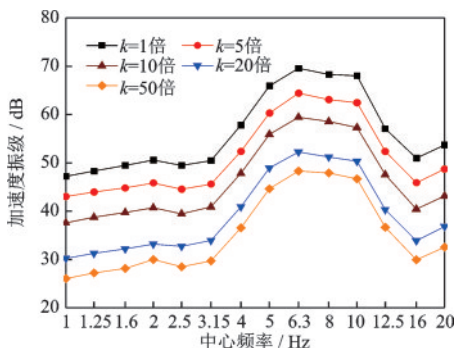


图17 不同底板刚度地表0 m处三分之一倍频程

Fig.17 Diagram of 1/3 octave frequency range of the surface at 0 m with different bottom board stiffness

底板刚度对中心频率的控制效果如图18所示。当底板刚度为基准刚度的5倍时,控制系数随中心频率的增加波动变化;其余底板刚度工况下,在1~16 Hz频段内,控制系数随中心频率的增加整体上均呈现先减小后增大的趋势,在16~20 Hz频段内,控制系数随中心频率的增加呈现减小的趋势,控制系数最小值对应的中心频率为8 Hz。随着底板刚度的增加,不同底板刚度的控制系数最大值依次为10%、21%、36%和45%,对应的中心频率依次为2.5、16、1和1 Hz。由此可知,底板刚度的增加降低了地层中的能量传递密度,从而有利于低频振动的控制。

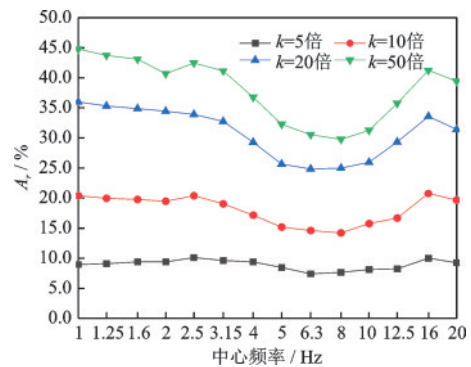


图18 不同底板刚度对不同频率的控制效果

Fig.18 Control effect of different bottom board stiffness on different frequency

4.2.2 底板长度

以底板长度5 m作为基准,将底板长度设置为10、20、40和80 m。研究底板长度对地表0 m处低频振动的控制效果。

底板长度对中心频率的控制效果如图19所示。当底板长度为20 m时,控制系数最小值对应的中心频率为8 Hz;其余底板长度下控制系数最小值对应的中心频率均为6.3 Hz。随着底板长度的增加,控制系数最大值依次为6.9%、12.9%、18.9%和25%,对应的中心频率为2.5、16、1和2.5 Hz,由此可知,底板长度增加,有利于地表低频振动的控制。

4.2.3 隔振器排列方式

钢弹簧浮置板轨道隔振器的组成结构有螺旋钢弹簧和阻尼,隔振器的排列方式对地层中的能量传递密度有着较大的影响,以隔振器排列方式2排-间距2 m作为基准,将排列方式设置为2排-间距4 m、3排-间距2 m、3排-间距4 m以及4排-间距2 m,研究隔振器排列方式对低频振动控制效果的

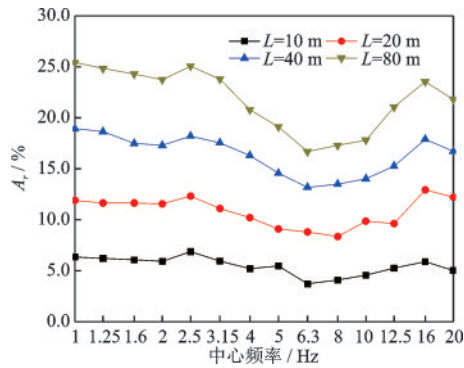


图 19 不同底板长度对不同频率的控制效果

Fig.19 Control effect of different bottom board length on different frequency

影响。

隔振器排列方式对不同中心频率的控制效果如图 20 所示。从图中可以看出,当排列方式为 2 排-间距 4m 和 3 排-间距 4m 时,控制系数最大值依次为 20.84% 和 11.21%,对应的中心频率均为 16 Hz,即不同频率下的控制系数均大于零,对低频振动有较好的控制效果;而排列方式为 3 排-间距 2 m 和 4 排-间距 2 m 时,控制系数最大值依次为 -3.02% 和 -7.30%,对应的中心频率均为 6.3 Hz,说明隔振器的数量越少,地层中的能量传递密度越低,有利于低频振动的控制。

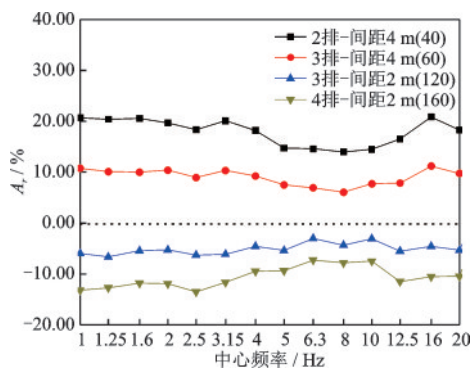


图 20 不同隔振器排列方式的控制效果

Fig.20 Control effect of different vibration isolator arrangement

5 结论

以西安地铁二号线为工程背景,建立了轨道-隧道-地层三维数值模型;以降低地层中能量传递密度为目标,首先分析了地层和地表的动力响应规律,揭示了低频振动的传播衰减机理。之后对普通整

体道床轨道和钢弹簧浮置板轨道这两种不同的轨道型式进行分析。得到以下结论:

(1)地铁列车运行引起的地表振动以竖向加速度为主。低频部分在隧道上方和下方的地层中,加速度振级随着深度的变化较小,衰减速度较慢;地表低频部分随着与隧道纵向轴线距离的增加,同样衰减速度较慢。而高频部分在地层和地表的衰减速度较快。主要取决于高低频部分的振动波长。

(2)普通整体道床轨道中,随着道床刚度和高度的增加,可以使低频振动进行更大范围的传播,降低了地层中的能量传递密度,从而可以有效控制低频振动;适当的增加衬砌刚度也对低频振动有较好的控制效果。

(3)钢弹簧浮置板轨道可以有效地降低地表较高频段的振动响应。对钢弹簧浮置板轨道进行优化,将底板厚度和刚度增加,可以降低地层中的能量传递密度,使低频部分的振动响应降低。并且随着底板刚度和长度的增加,低频振动的控制效果越好;隔振器数量越少,越有利于低频振动的控制。

参考文献:

- [1] 王利军,何忠明,蔡军. 减震沟参数对地铁隧道爆破减震效果的影响[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2018, 49(3): 747-755.
Wang L J, He Z M, Cai J. Analysis of effect of damping ditch parameters on blasting vibration reduction effect of metro tunnel[J]. Journal of Central South University(Science and Technology), 2018, 49(3): 747-755. (in Chinese)
- [2] 朱宁,马龙祥. 不同型式地铁隔振沟墙隔振性能研究[J]. 工程与建设, 2018, 32(6): 799-802.
Zhu N, Ma L X. Study on vibration isolation performance of different types of subway vibration isolation ditch wall[J]. Engineering and Construction, 2018, 32(6): 799-802. (in Chinese)
- [3] 屈阳. 隔振屏障对地铁列车低频振动隔振效果研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2020.
Qu Y. Study on effect of vibration isolation barrier on mitigation of low frequency vibration induced by metro traffic[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2020. (in Chinese)
- [4] Kugler K, Wiegrebe L, Grothe B, et al. Low-frequency sound affects active micromechanics in the human inner ear[J]. Royal Society Open Science, 2014, 1(2): 140-166.

- [5] Ma M, Liu W N, Qian C, et al. Study of the train-induced vibration impact on a historic bell tower above two spatially overlapping metro lines[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2016, 81(1): 58-74.
- [6] 盛星星. 地铁列车运行对沿线环境的振动影响实测与数值模拟的研究[D]. 广州: 广州大学, 2018.
Sheng X X. Research on actual measurement and numerical simulation of the influence of subway train running on environment near the subway route[D]. Guangzhou: Guangzhou University, 2018. (in Chinese)
- [7] Vogiatzis K, Mouzakis H. Ground-borne noise and vibration transmitted from subway networks to multi-storey reinforced concrete buildings[J]. *Transport (Vilnius, Lithuania)*, 2017, 33(2): 446-453.
- [8] Gupta S, Liu W F, Degrande G, et al. Prediction of vibrations induced by underground railway traffic in Beijing[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, 310(3): 608-630.
- [9] 刘卫丰, 刘维宁, 马蒙, 等. 地铁列车运行引起的振动对精密仪器的影响研究[J]. *振动工程学报*, 2012, 25(2): 130-137.
Liu W F, Liu W N, Ma M, et al. Study on the influence of vibration caused by subway train on precision instrument[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2012, 25(2): 130-137. (in Chinese)
- [10] 郭炳川, 孙立强, 闫澍旺, 等. 不同布置形式的排桩隔振效果的数值分析[J]. *地震工程学报*, 2014, 36(3): 510-515.
Guo B C, Sun L Q, Yan S W, et al. Numerical analysis of screening efficiency of driven piles in different layouts[J]. *China Earthquake Engineering Journal*, 2014, 36(3): 510-515. (in Chinese)
- [11] Zhao W S, Chen W Z, Tan X J, et al. Study on foamed concrete used as seismic isolation material for tunnels in rock[J]. *Materials Research Innovations*, 2013, 17(7): 465-472.
- [12] Kirzhner F, Rosenhouse G, Zimmels Y. Attenuation of noise and vibration caused by underground trains, using soil replacement[J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2006, 21(5): 561-567.
- [13] Zhang X, Lu J F. A wavenumber domain boundary element method model for the simulation of vibration isolation by periodic pile rows[J]. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2013, 37(7-8): 1059-1073.
- [14] 张雪. 寒区高铁轨道振动蜂窝状波阻块隔振研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2019.
Zhang X. Honeycomb wave impeding block vibration isolation of high-speed railway track in cold region[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2019. (in Chinese)
- [15] Antes H, Vonestorff O. Dynamic response of 2D and 3D block foundations on a halfspace with inclusions[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 1994, 13(5): 305-311.
- [16] Takemiya H, Fujiwara A. Wave propagation /impediment in a stratum and wave impeding block (WIB) measured for SSI response reduction[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 1994, 13(1): 49-61.
- [17] Dere Y. Effectiveness of the floating slab track system constructed at Konya Light Rail[J]. *Measurement*, 2016, 89: 48-54.
- [18] 谷爱军, 张宏亮. 钢弹簧浮置板轨道结构在不同频段的隔振效率[J]. *噪声与振动控制*, 2009, 29(1): 39-42.
Gu A J, Zhang H L. Analyses of vibration isolation effect in different frequency band for steel spring floating slab track[J]. *Noise and Vibration Control*, 2009, 29(1): 39-42. (in Chinese)
- [19] 汪杰. 地铁钢弹簧浮置板轨道减振参数优化研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2019.
Wang J. Research on optimization of vibration damping parameters of metro steel spring floating slab track[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2019. (in Chinese)
- [20] 王炯, 吴天行. 浮置板轨道隔振性能研究[J]. *上海交通大学学报*, 2007, 41(6): 1021-1025.
Wang J, Wu T X. On vibration isolation performance of floating slab track[J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2007, 41(6): 1021-1025. (in Chinese)
- [21] 张柯. 地铁行车荷载作用下黄土地层的振动响应和沉降[D]. 西安: 西安建筑科技大学, 2011.
Zhang K. Vibration and settlement of loess due to subway moving loads[D]. Xi'an: Xi'an University of Architecture and Technology, 2011. (in Chinese)
- [22] 杨觅. 地裂缝场地地铁荷载作用下盾构隧道-地层-地面建筑物振动响应研究[D]. 西安: 长安大学, 2018.
Yang M. Study on vibration response of shield tunnel-stratum-ground building system due to subway train loads in ground fissure site[D]. Xi'an: Chang'an University, 2018. (in Chinese)
- [23] 施成华, 雷明锋, 彭立敏, 等. 砂层隧道列车振动响应与地基累积变形研究[J]. *铁道学报*, 2011, 33(7): 118-124.
Shi C H, Lei M F, Peng L M, et al. Study on train vibration response and cumulative deformation of sand layers of the tunnel[J]. *Journal of the China Railway Soci-*

- ety, 2011, 33(7): 118-124. (in Chinese)
- [24] 闫韶兵. 工程地质评价空间模拟方法研究与应用[D]. 青岛: 中国海洋大学, 2007.
Yan S B. Research on spatial simulation method of engineering geologic evaluation[D]. Qingdao: Ocean University of China, 2007. (in Chinese)
- [25] Lysmer J, Kuhlemeyer R L. Finite dynamic model for infinite media[J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, 1969, 95(4): 859-878.
- [26] 潘昌实, Pande G N. 黄土隧道列车动荷载响应有限元初步数定分析研究[J]. 土木工程学报, 1984, 17(4): 19-28.
Pan C S, Pande G N. Preliminary numerical finite element analysis of train dynamic load response in loess tunnel[J]. Journal of Civil Engineering, 1984, 17(4): 19-28. (in Chinese)
- [27] 谢伟平, 高俊涛, 毛云. WIB用于地铁引发低频振动的减振分析[J]. 华中科技大学学报(城市科学版), 2009, 26(2): 1-4.
Xie W P, Gao J T, Mao Y. WIB for mitigation analysis of subway induced low frequency vibration[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Urban Science Edition), 2009, 26(2): 1-4. (in Chinese)
- [28] 梁建文, 张波, 巴振宁. 地基动力特性对地铁列车振动荷载诱发振动的影响[J]. 地震工程与工程振动, 2015, 35(1): 94-104.
Liang J W, Zhang B, Ba Z N. Effects of site dynamic characteristics on ground vibration induced by dynamic train loads[J]. Earthquake Engineering and Engineering Dynamics, 2015, 35(1): 94-104. (in Chinese)
- [29] 陈俊豪. 地铁沿线建筑物振动与二次噪声相干性及预测研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2019.
Chen J H. Research on coherence and prediction of building vibration and secondary noise along subway Line [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2019. (in Chinese)
- [30] 声学测量中的常用频率: GB/T 3240—1982[S]. 北京: 国家标准局, 1982.
- (本文编辑: 周小潭)



(上接第 1254 页)

- [11] Sumer B M, Fredsøe J. Wave scour around a large vertical circular cylinder[J]. Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering, 2001, 127(3): 125-134.
- [12] Guo X S, Liu J, Yi P, et al. Effects of local scour on failure envelopes of offshore monopiles and caissons[J]. Applied Ocean Research, 2022, 118: 1-15.
- [13] 邵学军, 王兴奎. 河流动力学概论[M]. 第2版. 北京: 清华大学出版社, 2013.
Shao X J, Wang X K. Introduction to river mechanics. [M]. 2nd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2013. (in Chinese)
- [14] Qi W G, Gao F P. Equilibrium scour depth at offshore monopile foundation in combined waves and current[J]. Science China Technological Sciences, 2014, 57(5): 1030-1039.
- [15] 范庆来, 韩彦青, 麻世林, 等. 循环荷载作用下海上风机桶形基础力学响应数值分析[J]. 应用基础与工程科学学报, 2019, 27(3): 646-657.
Fan Q L, Han Y Q, Ma S L, et al. Numerical analysis of response of bucket foundations for offshore wind turbines subjected to cyclic loading [J]. Journal of Basic Science and Engineering, 2019, 27(3): 646-657. (in Chinese)
- [16] 肖国丰, 马思琪, 刘洋, 等. 基于ABAQUS生死单元技术平衡地应力方法研究[J]. 水利与建筑工程学报, 2021, 19(4): 47-52.
Xiao G F, Ma S Q, Liu Y, et al. Analysis of balanced geostress based on method of killing activating elements in ABAQUS[J]. Journal of Water Resources and Architectural Engineering, 2021, 19(4): 47-52. (in Chinese)
- [17] 吴宜鹏, 范庆来, 任增乾, 等. 考虑软土应变软化效应的深埋式大圆筒承载性状分析[J]. 防灾减灾工程学报, 2022, 42(4): 859-865.
Wu Y P, Fan Q L, Ren Z Q, et al. Bearing behavior of deeply-embedded large-diameter cylindrical structure considering strain softening effect of soft clay [J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2022, 42(4): 859-865. (in Chinese)