

DOI:10.13409/j.cnki.jdpme.20211029004

基于模糊失效准则的危岩稳定可靠度计算*

张继旭, 王林峰, 夏万春

(重庆交通大学山区公路水运交通地质减灾重庆市高校市级重点实验室, 重庆 400074)

摘要:为预测危岩崩塌灾害的发生,分别选取影响三种不同类型危岩稳定性的主要参数作为随机变量 $X_1 \sim X_5$,基于模糊失效准则和可靠度理论建立了危岩模糊可靠度计算模型和方法。首先,根据危岩稳定系数的隶属函数表达式,引入新随机变量 X_6 ,将稳定系数的隶属函数作为新随机变量 X_6 的概率分布函数,得到了随机变量 X_6 的概率分布形式。然后,针对三种不同类型危岩分别建立了危岩失稳模糊事件的等效功能函数和模糊可靠度计算模型。最后,采用改进的Monte-Carlo法计算了危岩失稳模糊事件的失效概率。对万州首立山6块单体危岩进行分析,结果表明:当危岩稳定系数从小至大变化,考虑模糊失效准则后危岩的失效概率增加幅度经历由小变大再变小的过程,即处于欠稳定~基本稳定状态下的危岩模糊性较强,判断其真实稳定性状态较困难,实际工程中针对这类危岩仅采用经典可靠度计算方法得到的结果存在一定风险,需考虑模糊失效对危岩可靠度的影响。

关键词:危岩崩塌;模糊失效准则;可靠度理论;隶属函数;等效功能函数;Monte-Carlo法

中图分类号: P642.21 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-2132(2022)04-0695-10

Reliability Calculation of Perilous Rock Stability based on Fuzzy Failure Criterion

ZHANG Jixu, WANG Linfeng, XIA Wanchun

(Chongqing Municipal Key Laboratory of Geological Hazards Mitigation for Mountainous Highway and Waterway, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China)

Abstract: In order to predict the collapse disaster of perilous rock, the main parameters affecting the stability of three different types of perilous rock are selected as random variables $X_1 \sim X_5$. The calculation model and method for fuzzy reliability analysis of perilous rock are established based on fuzzy failure criterion and reliability theory. Firstly, according to the membership function expression for the stability coefficient of perilous rock, a new random variable X_6 is introduced. The probability distribution form of random variable X_6 is obtained by taking the membership function of the stability coefficient as the probability distribution function of random variable X_6 . Then, for three different types of perilous rocks, the equivalent function for fuzzy events of perilous rock failure and the fuzzy reliability calculation model are established respectively. Finally, the improved Monte Carlo method is used to

* 收稿日期:2021-10-29;修回日期:2022-03-29

基金项目:国家重点研发计划课题(2021YFB2600604,2021YFB2600600)、重庆市自然科学基金面上项目(cstc2020jcyj-msxmX0218)、重庆交通大学研究生科研创新项目(2022S0021)资助

作者简介:张继旭(1997—),男,硕士研究生。主要从事地质灾害减灾理论与技术研究。E-mail:1849141603@qq.com

通讯作者:王林峰(1983—),男,教授,博导,博士。主要从事地质灾害减灾理论与技术研究。

E-mail:wanglinfeng@cqjtu.edu.cn

calculate the failure probability of perilous rock failure fuzzy event. Six monomer perilous rocks in Shouli Mountain, Wanzhou are analyzed, and the results show that when the stability coefficient of perilous rock changes increases, the failure probability increment of perilous rock considering fuzzy failure criterion first increases and then decreases, that is, the fuzziness of perilous rock in the state of under stability to basic stability is strong, and it is difficult to judge its real stability state. In practical engineering, the results obtained by the classical reliability calculation method for this kind of perilous rock have a certain risk, so the influence of fuzzy failure on the reliability of perilous rock should be considered.

Keywords: perilous rock collapse; fuzzy failure criterion; reliability theory; membership function; equivalent function; Monte Carlo method

引言

危岩通常发育在陡崖上,当受到温度变化、地震激励、降雨入渗、施工振动等外界因素扰动时极易产生失稳崩塌,造成重大灾害^[1]。危岩稳定性计算方法已经十分成熟,基于概率统计的可靠度理论应用到危岩稳定性分析中可优化危岩稳定性分级标准。以往学者在危岩可靠度方面开展了大量研究:王林峰等^[2-3]将可靠度理论应用到危岩稳定性分析中,建立危岩稳定可靠度计算方法,并基于断裂力学对危岩稳定可靠度计算方法进行优化,为危岩稳定可靠度分析提供了理论基础。杜毅等^[4]采用 Monte-Carlo 法分析了由断续结构面控制的危岩稳定可靠度,主要探究参数变异性对危岩可靠度的影响,并未考虑参数的模糊性和随机性。张祎等^[5-6]构建了爆破作用下危岩和顺层岩质边坡的稳定可靠度计算模型。以上针对危岩可靠度的研究均是从经典可靠度理论出发,未将危岩失稳事件视为模糊事件。将影响危岩稳定性的参数视为随机变量,随机变量的分布形式、变异性等对危岩可靠度指标的影响较大^[7-8],但目前的研究对随机变量的模糊性和随机性考虑较少。

危岩失稳是岩质边坡破坏的一种类型,边坡模糊可靠度的研究成果较多。王艳霞^[9]分析了模糊数学在边坡稳定性分析中存在的问题,探讨了模糊随机可靠度在边坡稳定性分析中的应用前景,为危岩模糊可靠度分析提供了思路。边坡模糊可靠度分析首先需确定影响边坡稳定性的参数,并将其视为模糊数,再构建相关功能函数和隶属函数,最后采用经典可靠度计算方法计算可靠度指标^[10-11]。模糊失效准则在边坡可靠度分析中应用的重点之一在于隶属函数的选取,李炜等^[12]研究了梯形和岭形分

布形式的隶属函数对边坡模糊可靠度的影响;张永杰等^[13-14]针对边坡岩土体参数,研究了其隶属函数截集区间的取值方法以及隶属函数取值界限的确定方法;舒苏荀等^[15]针对隶属函数的 λ 截集取值差异,结合有限元法和模糊截集法计算在不同 λ 截集水平下参数组合对应的边坡可靠度指标。X.L.Chen等^[16]根据边坡动力稳定系数的隶属函数,提出了顺层岩质边坡在随机地震激励下的动力模糊可靠度计算方法。考虑边坡失稳的随机性和模糊性有利于构建边坡风险评估新体系^[17],有利于建立边坡模糊随机损伤模型^[18],还有研究表明考虑模糊失效准则后能更真实的反映土钉加固边坡的稳定性状态^[19]。

经典可靠度理论将危岩失稳事件简单的划分为两个状态,但实际工程中危岩失稳是一个渐进的过程,在可靠和失效状态之间存在一个过渡区,经典可靠度理论无法反映危岩在这个过渡区的真实状态,因此引入模糊失效准则来更准确的计算危岩在该过渡区的可靠度指标。考虑模糊失效准则后危岩的可靠度指标更加准确,能更真实地反映出危岩的稳定性状态。本文采用改进后的 Monte-Carlo 法计算危岩失效概率,即在传统 Monte-Carlo 法的基础上考虑危岩的模糊失效准则进行编程计算,得到危岩的模糊可靠度,为实际工程中危岩崩塌灾害的预测提供参考价值。

1 模糊失效准则

1.1 模糊数学理论

由模糊事件组成的集合称为模糊集合,类似于经典集合,对于论域 U 上的一个模糊子集 A ,可以得到论域 U 到区间 $[0, 1]$ 上的一个映射^[20]:

$$\mu_A: U \rightarrow [0, 1] \quad (1)$$

$$u \rightarrow \mu_A \in [0, 1] \quad (2)$$

该映射表明任一 $u \in U$ 都对应一个确定的 $\mu_A(u) \in [0, 1]$, $\mu_A(u)$ 为 u 对模糊子集 A 的隶属度, μ_A 为模糊子集 A 的隶属函数。隶属度反映了一个元素属于一个模糊子集的程度。

模糊事件的概率为结构模糊失效可靠度计算提供理论基础。对于给定的论域 U , 模糊事件 A 的概率可表示为:

$$P(A) = \int_{\Omega} \mu_A(u) dP = \int_{\Omega} \mu_A(u) f(u) du \quad (3)$$

式中, Ω 为实数集; $f(u)$ 为模糊事件的概率密度函数。

1.2 危岩模糊可靠度

设 X 为影响危岩稳定性的随机变量, 根据经典可靠度理论, 其功能函数的表达式为^[21]:

$$Z = g(X) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (4)$$

式中, $Z > 0$ 表示危岩处于可靠状态; $Z < 0$ 表示危岩处于失效状态; $Z = 0$ 表示危岩处于极限状态。

在实际情况中, $Z < 0$ 时危岩并不一定失稳, $Z > 0$ 时危岩也不一定完全稳定。因此, 危岩失稳准则是模糊的, 危岩失稳事件属于模糊事件。设 A 为危岩失稳模糊事件, Z 为描述这一模糊事件状态的多个随机变量函数, 根据式(3)可得到危岩失稳事件的模糊失效概率为:

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} \mu_A(z) f_Z(z) dz \quad (5)$$

式中, $\mu_A(z)$ 为危岩失稳模糊事件的隶属函数; $f_Z(z)$ 为概率密度函数。

由于 Z 是相互独立的随机变量 X_1, X_2, \dots, X_n 的函数, 式(5)可变成:

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} \mu_A[g_X(x_1, x_2, \dots, x_n)] \times f_{X_1}(x_1) f_{X_2}(x_2) \dots f_{X_n}(x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (6)$$

将模糊失效准则与传统的清晰失效准则进行对比, 如图1~2所示。

图1表明: 结构在失效过程中存在一过渡区 $[z_d, z_u]$, 在过渡区内结构处于模糊状态, 结构失效的程度与表示模糊状态的隶属函数相关。过渡区的存在使得当 $z > z_u$ 时结构才处于完全可靠状态, $z < z_d$ 时结构才处于完全失效状态。

图2表明: 结构清晰失效准则不存在过渡区, 结

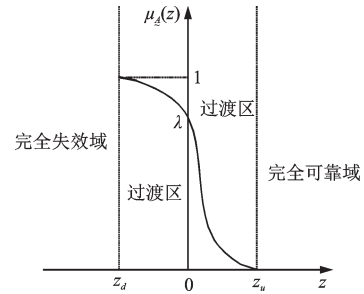


图1 结构模糊失效准则

Fig.1 Fuzzy failure criterion of structure

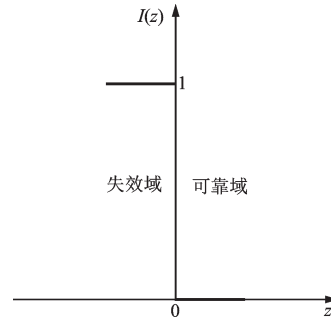


图2 结构清晰失效准则

Fig.2 Definite failure criterion of structure

构失效是一个突然的过程, 当 $z > 0$ 时结构处于可靠状态, $z < 0$ 时结构处于失效状态。

根据图1, 将模糊失效集合 A 取为置信水平为 $\lambda = \mu_A(0)$ 的 λ -截集 A_λ , 即 $A_\lambda = \{z | \mu_A(z) > \lambda\}$, 通过采用取 λ -截集的方式, 将模糊集合转变成普通集合, 则 A_λ 的特征函数 $\chi_{A_\lambda}(z)$ 和清晰失效事件的示性函数 $I(z)$ 相同, 即:

$$\chi_{A_\lambda}(z) = I(z) = \begin{cases} 1, \mu_A(z) > \lambda & z < 0 \\ 0, \mu_A(z) \leq \lambda & \text{或} \\ & z \geq 0 \end{cases} \quad (7)$$

这表明模糊失效准则是一种普遍的失效准则, 清晰失效准则是模糊失效准则的一种特殊情况, 将模糊失效准则应用到危岩可靠度分析中是可行的。

1.3 危岩模糊可靠度计算

危岩失稳的失效概率可通过式(6)直接计算, 但直接计算式(6)的多重积分计算量很大, 可通过相关数学变换将模糊事件的失效概率转变为经典可靠度分析方法来计算。根据图1可知, 描述危岩模糊失效准则的隶属函数 $\mu_A(z)$ 是区间 $[0, 1]$ 上的单调减函数, 故隶属函数的补函数 $1 - \mu_A(z)$ 是区间 $[0, 1]$ 上的单调增函数, 即危岩稳定事件的隶属函数为递增函数, 将其补函数 $1 - \mu_A(z)$ 作为新随机变量 X_{n+1} 的概

率分布函数 $F_{X_{n+1}}(x_{n+1})$, 则新随机变量 X_{n+1} 的累积分布函数和概率密度函数可分别表示为:

$$F_{X_{n+1}}(x_{n+1}) = 1 - \mu_A(x_{n+1}) \quad (8)$$

$$f_{X_{n+1}}(x_{n+1}) = -\frac{\partial \mu_A(x_{n+1})}{\partial x_{n+1}} \quad (9)$$

因此, 可将式(6)改写成:

$$\begin{aligned} P_f = & \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} \{1 - F_{X_{n+1}}[g_X(x_1, x_2, \dots, x_n)]\} \times \\ & f_{X_1}(x_1) f_{X_2}(x_2) \dots f_{X_n}(x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n = \\ & \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{g_X(x_1, x_2, \dots, x_n)}^{+\infty} f_{X_{n+1}}(x_{n+1}) \times \\ & f_{X_1}(x_1) f_{X_2}(x_2) \dots f_{X_n}(x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n dx_{n+1} = \\ & \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} I[g_X(x_1, x_2, \dots, x_n) - x_{n+1}] \times \\ & f_{X_{n+1}}(x_{n+1}) f_{X_1}(x_1) f_{X_2}(x_2) \dots f_{X_n}(x_n) dx_1 \dots dx_n dx_{n+1} = \\ & \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} I(z^e) f_{X_{n+1}}(x_{n+1}) f_{X_1}(x_1) f_{X_2}(x_2) \dots \\ & f_{X_n}(x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n dx_{n+1} \quad (10) \end{aligned}$$

式中建立了等效功能函数 Z^e , 其表达式为:

$$Z^e = g_X(X_1, X_2, \dots, X_n) - X_{n+1} \quad (11)$$

等效功能函数 Z^e 的建立, 使得可以应用经典可靠度计算方法来计算模糊事件的可靠度, 即可求得危岩失稳模糊事件的失效概率。

2 危岩失稳可靠度计算模型

2.1 隶属函数确定

危岩稳定性计算过程中, 计算参数的取值通常具有模糊性, 导致计算得到的稳定系数也具有模糊性。因此, 简单的以计算得到的稳定系数来判断危岩所处的稳定性状态是不合理的。故本文直接考虑稳定系数的模糊性, 引入稳定系数的隶属函数来计算危岩稳定可靠度。

隶属函数的具体形式根据模糊事件的性质而变化, 直接影响危岩稳定可靠度的计算结果。针对危岩失稳情况, 危岩的稳定系数越大产生失稳的可能性就越小, 且稳定系数由小变大过程中对危岩稳定性状态的判断也存在从容易到困难再到容易的过程。因此, 这就要求稳定系数的隶属函数是单调递增函数, 且隶属函数的斜率应随稳定系数的增大先单调增大然后再单调减小^[22]。

常见隶属函数的分布形式主要分为降半型、升

半型和中间型三种^[20]。针对危岩稳定系数的隶属函数采用升半型岭形分布形式, 如式(12)所示。

$$\mu_B(F_s) = \begin{cases} 0, & F_s < z_d \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin \frac{\pi(F_s - \frac{z_d + z_u}{2})}{(z_u - z_d)}, & z_d \leq F_s \leq z_u \\ 1, & F_s > z_u \end{cases} \quad (12)$$

式中, $\mu_B(F_s)$ 为危岩稳定系数的隶属函数; F_s 为危岩稳定系数; z_u, z_d 为模糊过渡区间的上、下界, 即稳定系数等于 $(z_d + z_u)/2$ 时危岩稳定性状态最模糊。

模糊过渡区间上、下界限的取值主要根据实际工程中危岩稳定性状态和稳定系数的关系来确定。参考文献[22]和相关研究表明, 实际工程中稳定的危岩其稳定系数最小为 0.84, 针对危岩稳定模糊事件的隶属度为 0; 失稳的危岩其稳定系数最大为 1.62, 针对危岩稳定模糊事件的隶属度为 1。故可得危岩稳定系数的隶属函数表达式如下:

$$\mu_B(F_s) = \begin{cases} 0, & F_s < 0.84 \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin \frac{\pi(F_s - 1.23)}{0.78}, & 0.84 \leq F_s \leq 1.62 \\ 1, & F_s > 1.62 \end{cases} \quad (13)$$

根据 1.3 节所述方法, 引入危岩稳定系数隶属函数的补函数, 即可得到危岩失稳模糊事件的隶属函数 $\mu_A(z)$, $\mu_A(z)$ 满足降半型岭形分布形式, 与 $\mu_B(F_s)$ 互补, 可表示为:

$$\mu_A(z) = \begin{cases} 1, & F_s < 0.84 \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin \frac{\pi(F_s - 1.23)}{0.78}, & 0.84 \leq F_s \leq 1.62 \\ 0, & F_s > 1.62 \end{cases} \quad (14)$$

将 $1 - \mu_A(z)$ 作为新随机变量 X_6 的概率分布函数, 引入新随机变量 X_6 , 根据式(8)和式(9)可知 X_6 的概率分布函数和密度函数分别为:

$$\begin{aligned} F_{X_6}(x_6) = & \begin{cases} 0, & x_6 < 0.84 \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin \frac{\pi(x_6 - 1.23)}{0.78}, & 0.84 \leq x_6 \leq 1.62 \\ 1, & x_6 > 1.62 \end{cases} \quad (15) \\ f_{X_6}(x_6) = & \begin{cases} \frac{\pi}{1.56} \cos \frac{\pi(x_6 - 1.23)}{0.78}, & 0.84 \leq x_6 \leq 1.62 \\ 0, & 0.84 > x_6 \text{ 或 } x_6 > 1.62 \end{cases} \quad (16) \end{aligned}$$

将危岩稳定性计算相关参数设为随机变量 $X_1 \sim X_5$, 结合引入的新随机变量 X_6 , 根据式(11)可建立危岩失稳模糊事件的等效功能函数:

$$Z^e = g_x(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5) - X_6 \quad (17)$$

2.2 Monte-Carlo法计算

危岩稳定可靠度的 Monte-Carlo 法计算主要根据随机变量的概率分布形式来进行模拟和抽样, 基于建立的等效功能函数得到发生失效的次数, 从而计算失效概率和其他可靠度指标。Monte-Carlo 法的计算精度只与样本的数量有关, 故取抽样数目 $N=1 \times 10^6$ 。经典 Monte-Carlo 法进行 N 次抽样, $Z < 0$ 的情况出现了 n_f 次, 根据 Bernoulli 大数定理可知, $Z < 0$ 在 N 次独立试验中的频率 n_f/N 收敛于该事件的概率 p_f , 故得到了结构的失效概率 $p_f^{[23]}$:

$$p_f = p(Z < 0) = \frac{n_f}{N} \quad (18)$$

根据式(5)可知考虑模糊失效准则后, 计算事件失效概率中的示性函数变成了隶属函数, 因此采用 MATLAB 编程来实现对经典 Monte-Carlo 法的改进, 改进后 Monte-Carlo 法计算危岩失效概率的流程图如图 3 所示。

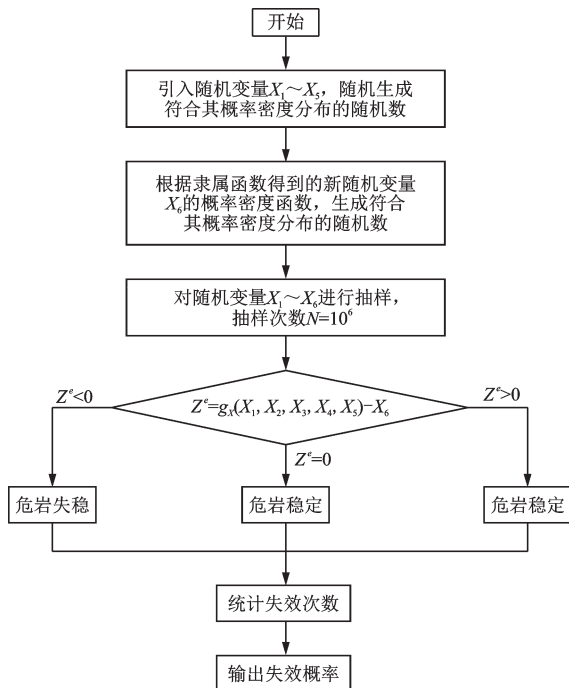


图 3 改进的 Monte-Carlo 法计算流程

Fig.3 Calculation flow chart of improved Monte-Carlo method

2.3 危岩计算模型

根据不同的破坏模式, 危岩通常被分为滑塌式、倾倒式和坠落式三种类型。为建立三种不同类型危岩的模糊可靠度计算模型, 本文考虑的荷载主要有危岩体自重、裂隙水压力和水平地震力。

(1) 滑塌式危岩

滑塌式危岩的稳定性主要由滑面的抗剪强度决定, 滑面抗剪强度参数的取值对危岩稳定性的影响较大, 且滑面的抗剪强度参数为危岩主控结构面贯通段和未贯通段的等效抗剪强度参数, 取值过程中存在随机性和模糊性, 导致滑塌式危岩失稳事件更具有模糊性。故将滑面等效抗剪强度参数 c' 和 $\tan\varphi'$ 作为模糊随机变量进行计算。滑塌式危岩计算模型如图 4 所示^[24]。

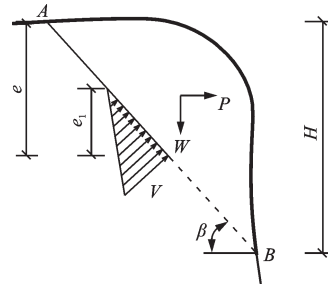


图 4 滑塌式危岩计算

Fig.4 Computing model of sliding perilous rock

滑塌式危岩的稳定性计算公式如下:

$$F_s = \frac{(W \cos\beta - P \sin\beta - V) \tan\varphi' + \frac{c'H}{\sin\beta}}{W \sin\beta + P \cos\beta} \quad (19)$$

$$V = \frac{1}{2} \gamma_w e_1^2 \quad (20)$$

式中, W 为危岩体自重 ($\text{kN} \cdot \text{m}^{-1}$); P 为水平地震力 ($\text{kN} \cdot \text{m}^{-1}$), $P=0.05W$; V 为裂隙水压力 ($\text{kN} \cdot \text{m}^{-1}$); H 为危岩体高度 (m); e_1 为裂隙充水高度 (m); β 为危岩主控结构面倾角 ($^\circ$); γ_w 为水的重度 ($\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$)。

根据式(4)建立滑塌式危岩关于稳定系数的功能函数:

$$Z = F_s - 1 = A_1' c' + A_2 \tan\varphi' - 1 \quad (21)$$

由于考虑危岩失稳的模糊性后, 稳定性状态的划分标准不再是和 1 进行比较, 应根据得到的稳定系数的隶属函数将其模糊化, 与新随机变量 X_6 进行比较, 将 c' 和 $\tan\varphi'$ 分别作为模糊随机变量 X_1 、 X_2 , 建立滑塌式危岩失稳模糊事件的等效功能函数:

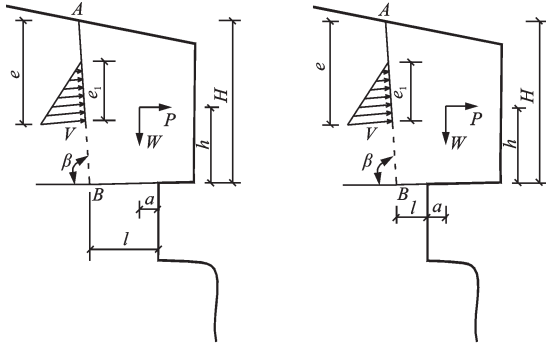
$$Z^e = g(X_1, X_2) = A_1 X_1 + A_2 X_2 - X_6 \quad (22)$$

式中, $A_1 = \frac{H}{(W \sin \beta + P \cos \beta) \times \sin \beta}$;
 $A_2 = \frac{W \cos \beta - P \sin \beta - V}{W \sin \beta + P \cos \beta}$ 。

滑塌式危岩失稳模糊事件等效功能函数建立后,基于改进的 Monte-Carlo 法可计算得到滑塌式危岩的失稳概率。

(2) 倾倒地式危岩

倾倒地式危岩分为危岩体重心在倾覆点内侧和外侧两种情况,计算模型如图 5(a)、(b)所示^[24]。倾倒地式危岩稳定性主要由危岩体的抗拉强度以及危岩体和基座之间的抗拉强度决定。将危岩体抗拉强度标准值 f_{lk} 和基座岩体抗拉强度标准值 f_{ok} 作为模糊随机变量进行计算。



(a) 危岩体重心在倾覆点内侧 (b) 危岩体重心在倾覆点外侧
图 5 倾倒地式危岩计算

Fig.5 Computing model of toppling perilous rock

① 倾倒地式危岩重心在倾覆点内侧时的稳定性计算公式如下:

$$F_s = \frac{Wa + \frac{1}{2} f_{lk} \left(\frac{H-e}{\sin \beta} \right)^2 + \frac{1}{2} f_{ok} l^2}{Ph + V \left(\frac{e_1}{3 \sin \beta} + \frac{H-e}{\sin \beta} \right)} \quad (23)$$

式中, f_{lk} 为危岩体抗拉强度标准值 (kPa); f_{ok} 为危岩体与基座之间的抗拉强度标准值 (kPa); e 为主控结构面贯通段高度 (m); h 为危岩体重心至倾覆点的高度 (m); a 为危岩体重心至倾覆点的水平距离 (m); l 为危岩体底部主控结构面尖端至倾覆点的距离 (m)。

根据式(4)建立倾倒地式危岩(危岩体重心在倾覆点内侧)关于稳定系数的功能函数:

$$Z = F_s - 1 = B_1 f_{lk} + B_2 f_{ok} + B_3 - 1 \quad (24)$$

同理,将 f_{lk} 和 f_{ok} 分别作为模糊随机变量 X_3 、 X_4 ,

建立倾倒地式危岩(危岩体重心在倾覆点内侧)失稳模糊事件的等效功能函数:

$$Z^e = g(X_3, X_4) = B_1 X_3 + B_2 X_4 + B_3 - X_6 \quad (25)$$

式中, $B_1 = \frac{(H-e)^2}{2(Ph + V \left(\frac{e_1}{3 \sin \beta} + \frac{H-e}{\sin \beta} \right)) \sin^2 \beta}$;
 $B_2 = \frac{l^2}{2(Ph + V \left(\frac{e_1}{3 \sin \beta} + \frac{H-e}{\sin \beta} \right))}$;
 $B_3 = \frac{Wa}{Ph + V \left(\frac{e_1}{3 \sin \beta} + \frac{H-e}{\sin \beta} \right)}$ 。

② 倾倒地式危岩重心在倾覆点外侧时的稳定性计算公式如下:

$$F_s = \frac{\frac{1}{2} f_{lk} \left(\frac{H-e}{\sin \beta} \right)^2 + \frac{1}{2} f_{ok} l^2}{Wa + Ph + V \left(\frac{e_1}{3 \sin \beta} + \frac{H-e}{\sin \beta} \right)} \quad (26)$$

根据式(4)建立倾倒地式危岩(危岩体重心在倾覆点外侧)关于稳定系数的功能函数:

$$Z = F_s - 1 = C_1 f_{lk} + C_2 f_{ok} - 1 \quad (27)$$

同理,将 f_{lk} 和 f_{ok} 分别作为模糊随机变量 X_3 、 X_4 ,建立倾倒地式危岩(危岩体重心在倾覆点外侧)失稳模糊事件的等效功能函数:

$$Z^e = g(X_3, X_4) = C_1 X_3 + C_2 X_4 - X_6 \quad (28)$$

式中, $C_1 = \frac{\left(\frac{H-e}{\sin \beta} \right)^2}{2(Wa + Ph + V \left(\frac{e_1}{3 \sin \beta} + \frac{H-e}{\sin \beta} \right))}$;
 $C_2 = \frac{l^2}{2(Wa + Ph + V \left(\frac{e_1}{3 \sin \beta} + \frac{H-e}{\sin \beta} \right))}$ 。

倾倒地式危岩失稳模糊事件等效功能函数建立后,基于改进的 Monte-Carlo 法可计算得到倾倒地式危岩的失稳概率。

(3) 坠落式危岩

坠落式危岩的稳定性主要和岩体黏聚力 c 相关,故将危岩体黏聚力 c 作为模糊随机变量进行计算。坠落式危岩计算模型如图 6 所示^[24]。

坠落式危岩的稳定性计算公式如下:

$$F_s = \frac{c(H-e)}{W} \quad (29)$$

根据式(4)建立坠落式危岩关于稳定系数的功能函数:

$$Z = F_s - 1 = D_1 c - 1 \quad (30)$$

同理,将岩体粘聚力 c 作为模糊随机变量 X_5 , 建立坠落式危岩失稳模糊事件的等效功能函数:

$$Z^e = g(X_5) = D_1 X_5 - X_6 \quad (31)$$

式中, $D_1 = \frac{H-e}{W}$ 。

坠落式危岩失稳模糊事件等效功能函数建立后,基于改进的 Monte-Carlo 法可计算得到坠落式危岩的失稳概率。

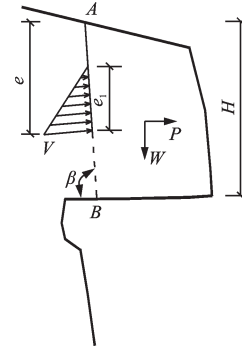


图6 坠落式危岩计算

Fig.6 Computing model of falling perilous rock

3 算例分析

3.1 计算参数

本文选取万州首立山危岩为研究对象,共选取6块危岩单体并基于模糊失效准则对危岩失效概率

进行计算。组成危岩体的地层为侏罗系中统上沙溪庙组,岩性以中细巨厚层状长石石英砂岩为主,在陡崖底部,地层岩性为泥岩,基座泥岩在危岩体重压作用下,多产生压碎迹象,不利于岩体稳定。危岩的基本参数见表1。

表1 危岩基本参数表

Table1 Basic parameters of perilous rock

编号	分类	高度 H/m	自重 $W/$ ($kN \cdot m^{-1}$)	地震力 $P/$ ($kN \cdot m^{-1}$)	倾角 $\beta/(\circ)$	e/m	h/m	a/m	l/m	裂隙水压力 $V/$ ($kN \cdot m^{-1}$)
W57	滑塌式	5.5	217.12	10.86	62	5.1	/	/	/	48.05
W53	滑塌式	4.4	103.67	5.18	70	3.9	/	/	/	42.92
W59	倾倒式	4.8	269.07	13.45	82	4.3	2.6	0.1	0.7	24.20
W62	倾倒式	5.7	316.50	15.83	88	4.5	2.8	0.4	0.8	11.25
W49	坠落式	9.2	539.65	26.98	/	7.7	/	/	/	/
W22	坠落式	13	663.64	33.18	/	11.9	/	/	/	/

根据地勘资料,滑面等效抗剪强度参数 c' 、 φ' ,危岩体抗拉强度标准值 f_{tk} ,危岩基座岩体抗拉强度标准值 f_{ok} ,危岩体粘聚力 c 均服从正态分布,即 $c' \sim N(33, 9.9^2)$, $\varphi' \sim N(16.79, 3.3^2)$, $f_{tk} \sim N(438, 129.6^2)$, $f_{ok} \sim N(226, 85.4^2)$, $c \sim N(632, 189.6^2)$ 。随机变量 $X_1 \sim X_5$ 均服从正态分布, X_6 服从式(16)所示的概率密度分布,通过 MATLAB 随机生成符合其概率密度函数的 10^6 个数据,并绘制其概率密度函数图和对应的频率直方图,如图7所示。

采用 MATLAB 软件编制相关代码,分别生成 10^6 个随机变量 $X_1 \sim X_6$,且保证随机变量满足各自的概率密度分布形式。基于 Monte-Carlo 法进行直接抽样模拟,统计得到危岩功能函数失效 ($Z < 0$) 的次数,最终计算得到危岩失效概率。

不考虑模糊失效准则时,危岩功能函数表达

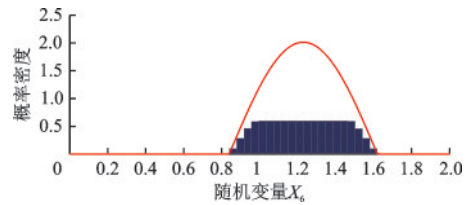


图7 随机变量 X_6 的概率密度函数及频率直方图

Fig.7 Probability density function and frequency histogram of random variable X_6 .

式为:

$$Z = g(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5) - 1 \quad (32)$$

危岩失效概率按下式计算:

$$p_f = \frac{n_f}{N} = \frac{Z < 0 \text{ 的次数}}{1 \times 10^6} \times 100\% \quad (33)$$

考虑模糊失效准则时,危岩等效功能函数表达

式为:

$$Z^e = g(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5) - X_6 \quad (34)$$

危岩失效概率按下式计算:

$$p_f = \frac{n_f}{N} = \frac{Z^e < 0 \text{ 的次数}}{1 \times 10^6} \times 100\% \quad (35)$$

3.2 计算结果分析

根据计算得到的危岩失效概率,将危岩稳定

性状态分为5个等级^[25]:不稳定 $p_f > 90\%$,稳定性差 $p_f = 60\% \sim 90\%$,欠稳定 $p_f = 30\% \sim 60\%$,基本稳定 $p_f = 5\% \sim 30\%$,稳定 $p_f < 5\%$ 。将传统规范法、不考虑模糊失效准则和考虑模糊失效准则计算得到危岩稳定性状态进行对比,计算结果见表2。根据计算结果绘制6块危岩单体的稳定系数与失效概率的关系,如图8所示。

表2 危岩稳定可靠度计算结果

Table2 Calculation results of stability reliability of perilous rock

编号	规范法		不考虑模糊失效准则		考虑模糊失效准则		失效概率变化值 $\Delta p_f/\%$
	稳定系数 F_s	稳定状态	失效概率 $p_f/\%$	稳定状态	失效概率 $p_f/\%$	稳定状态	
W57	1.176	欠稳定	36.04	欠稳定	62.28	稳定性差	26.24
W53	1.520	稳定	13.22	基本稳定	28.32	基本稳定	15.10
W59	2.121	稳定	0.31	稳定	2.44	稳定	2.13
W62	0.730	不稳定	93.02	不稳定	97.26	不稳定	4.24
W49	1.757	稳定	7.54	基本稳定	17.52	基本稳定	9.98
W22	1.048	欠稳定	43.97	欠稳定	68.80	稳定性差	24.83

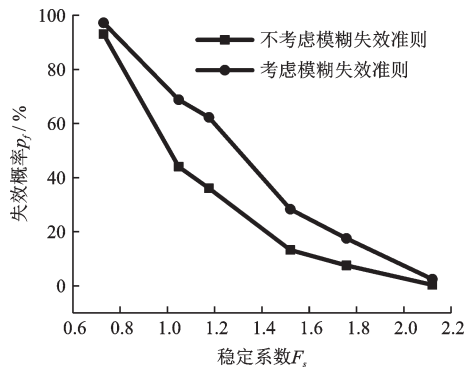


图8 危岩稳定系数与失效概率关系

Fig.8 Relationship between stability coefficient of perilous rock and failure probability

通过对比表2中的计算结果可知:本文采用Monte-Carlo法计算危岩的失效概率与传统规范法计算得到的危岩稳定性状态基本一致,说明本文采用的可靠度计算方法是合理的。考虑模糊失效准则后危岩的失效概率增加,不同稳定系数下危岩失效概率增加的幅度不同。通过图8的分析可知,稳定系数从小至大,考虑模糊失效准则后危岩的失效概率增加幅度经历由小变大再变小的过程。当稳定系数为0.730时,失效概率增加4.24%;危岩稳定系数为1.048~1.757时,失效概率增加9.89%~26.24%;稳定系数为2.121时,失效概率增加2.13%。即处于稳定和欠稳定状态下的危岩失效概

率基本相同,处于欠稳定~基本稳定状态下的危岩失效概率相差较大,这表明处于欠稳定~基本稳定状态下的危岩最有可能发生模糊失效,模糊性较强,判断危岩真实的稳定性状态较困难,符合前文对于稳定系数隶属函数的选取原则。

考虑危岩模糊失效准则后,采用传统规范法计算得到的处于欠稳定~基本稳定状态下的危岩失效概率增加,模糊性较强,真实稳定性状态的判断较困难,实际工程中应考虑模糊失效准则对这类危岩稳定性的影响,仅采用经典可靠度计算方法得到的结果存在一定风险。

4 结论

本文以万州首立山的部分单体危岩为研究对象,将危岩失稳事件视为模糊事件,基于模糊失效准则对危岩稳定可靠度进行分析,分别建立了三种不同类型危岩模糊可靠度计算方法,并采用改进的Monte-Carlo法计算模糊失效准则下危岩的失效概率。

(1)针对危岩失稳模糊事件,基于模糊失效准则选取危岩失稳模糊事件的隶属函数,并引入了新随机变量 X_6 ,分别建立了三种不同类型危岩失稳模糊事件的等效功能函数表达式。

(2)基于经典可靠度理论和模糊失效准则,分

别建立了三种不同类型危岩的模糊可靠度计算模型,并采用改进的 Monte-Carlo 法进行随机抽样,得到了不同类型危岩的模糊失效概率,其稳定性状态划分结果和不考虑模糊失效准则时的结果基本吻合。

(3)处于稳定和不稳定状态下危岩的模糊失效概率和经典失效概率基本一致,此时危岩失稳的模糊性较弱,稳定性状态划分明确。处于欠稳定~基本稳定状态下的危岩模糊失效概率和经典失效概率相差 9.89%~26.24%,表明此时危岩失稳事件的模糊性较强,危岩极有可能产生模糊失效。

(4)采用经典可靠度方法来判断实际工程中处于欠稳定~基本稳定状态下危岩的真实状态可能会产生误差,导致其稳定性的低估,对判断危岩崩塌灾害的发生存在一定风险。

参考文献:

- [1] 王林峰,唐红梅,陈洪凯,等.温度-应力联合作用下的不稳定岩块稳定性分析[J].防灾减灾工程学报,2017,37(6):871-877.
Wang L F, Tang H M, Chen H K, et al. Temperature and stress combined effect on the unstable rock block stability analysis[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2017, 37(6): 871-877. (in Chinese)
- [2] 王林峰,陈洪凯,唐红梅.危岩稳定可靠度计算方法研究[J].人民长江,2012,43(23):14-17.
Wang L F, Chen H K, Tang H M. Study on the calculation method of stable reliability of perilous rock [J]. Yangtze River, 2012, 43(23): 14-17. (in Chinese)
- [3] 王林峰,陈洪凯,唐红梅.基于断裂力学的危岩稳定可靠度优化求解[J].中国公路学报,2013,26(1):51-57.
Wang L F, Chen H K, Tang H M. Optimization approach for perilous rock reliability analysis based on fracture mechanics[J]. China Journal of Highway and Transport, 2013, 26(1): 51-57. (in Chinese)
- [4] 杜毅,晏鄂川,蔡静森,等.断续结构面控制的危岩稳定可靠度分析方法[J].哈尔滨工业大学学报,2019,51(8):120-127.
Du Y, Yan E C, Cai J S, et al. Reliability analysis method on unstable rock mass controlled by discontinuous structure[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2019, 51(8): 120-127. (in Chinese)
- [5] 张祎,李恒,王林峰,等.爆破作用下危岩稳定的可靠度分析[J].地震工程与工程振动,2021,41(3):210-219.
Zhang Y, Li H, Wang L F, et al. Stability and reliability analysis of perilous rocks under blasting [J]. Earthquake Engineering and Engineering Dynamics, 2021, 41(3): 210-219. (in Chinese)
- [6] 张祎,王林峰,冯谦.爆破作用下顺层岩质边坡稳定的可靠性分析[J].大地测量与地球动力学,2019,39(3):241-245.
Zhang Y, Wang L F, Feng Q, et al. Stability and reliability analysis of bedding rock slope under blasting [J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2019, 39(3): 241-245. (in Chinese)
- [7] 李化云,张硕,刘银,等.基于可靠度理论的滑塌式危岩体参数敏感性分析[J].广西大学学报(自然科学版),2017,42(4):1456-1464.
Li H Y, Zhang S, Liu Y, et al. Parameter sensitivity analysis of unstable slump rock based on reliability theory [J]. Journal of Guangxi University (Natural Science Edition), 2017, 42(4): 1456-1464. (in Chinese)
- [8] 张硕,路军富,裴向军,等.坠落式危岩体稳定性可靠度判定及参数敏感性分析[J].工程地质学报,2015,23(3):429-437.
Zhang S, Lu J F, Pei X J, et al. Analysis of parameter sensitivity and judgement of stability reliability for falling unstable rock [J]. Journal of Engineering Geology, 2015, 23(3): 429-437. (in Chinese)
- [9] 王艳霞.模糊数学在边坡稳定分析中的应用[J].岩土力学,2010,31(9):3000-3004.
Wang Y X. Application of fuzzy mathematics to slope stability analysis [J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(9): 3000-3004. (in Chinese)
- [10] Hyuck Jin Park, Jeongi-Gi Um, Ik Woo, et al. Application of fuzzy set theory to evaluate the probability of failure in rock slopes [J]. Engineering Geology, 2012, 125: 92-101.
- [11] Wang G Y, Han Y. Fuzzy reliability analysis of geocell protective slope stability [J]. Applied Mechanics and Materials, 2012, 166-169: 1917-1921.
- [12] 李炜,康海贵.边坡稳定性模糊随机可靠度分析[J].交通运输工程学报,2010,10(1):19-23.
Li W, Kang H G. Fuzzy-random reliability analysis of slope stability [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2010, 10(1): 19-23. (in Chinese)
- [13] 张永杰,邓俊强,李侑军,等.考虑隶属函数特性的边坡模糊可靠度分析[J].岩土工程学报,2018,40(7):1350-1358.
Zhang Y J, Deng J Q, Li Y J, et al. Fuzzy reliability analysis of slopes considering characteristics of membership function [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering

- neering, 2018,40(7):1350-1358.(in Chinese)
- [14] 张永杰,李侑军,李邵军,等.边坡模糊可靠性分析隶属函数取值界限研究[J].岩土力学,2014,35(4):1157-1163.
Zhang Y J, Li Y J, Li S J, et al. Study of boundaries of membership function values for slope fuzzy reliability analysis [J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, 35(4): 1157-1163.(in Chinese)
- [15] 舒苏荀,龚文惠,王佳,等.各向异性随机场下的边坡模糊随机可靠度分析[J].岩土工程学报,2015,37(7):1204-1210.
Shu S X, Gong W H, Wang J, et al. Fuzzy-random reliability analysis of slope stability in anisotropic random fields[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, 37(7):1204-1210.(in Chinese)
- [16] Chen X L, Gao R X, Gong W H, et al. Random seismic response and dynamic fuzzy reliability analysis of bedding rock slopes based on pseudoexcitation method [J]. International Journal of Geomechanics, 2018, 18(3):04017165.
- [17] Du Y X, Sheng Q, Fu X D, et al. Risk evaluation of colluvial cutting slope based on fuzzy analytic hierarchy process and multilevel fuzzy comprehensive evaluation [J]. Journal of Intelligent and Fuzzy Systems, 2019, 37(3): 1-19.
- [18] Wang Y J. A novel story on rock slope reliability, by an initiative model that incorporated the harmony of damage, probability and fuzziness [J]. Geomechanics and Engineering, 2017, 12(2):269-294.
- [19] 房光文,朱彦鹏,叶帅华,等.考虑模糊随机性的土钉加固边坡可靠度分析[J].岩土工程学报,2021,43(增1):122-126.
Fang G W, Zhu Y P, Ye S H, et al. Reliability analysis of soil nailing-reinforced slopes considering fuzzy randomness [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2021, 43(Sup1):122-126.
- [20] 贡金鑫.工程结构可靠度计算方法[M].大连:大连理工大学出版社,2003.
Gong J X. Computational methods for reliability of engineering structures [M]. Dalian: Dalian University of Technology Press, 2003.(in Chinese)
- [21] 张璐璐,张洁,徐耀,等.岩土工程可靠度理论[M].上海:同济大学出版社,2011.
Zhang L L, Zhang J, Xu Y, et al. Reliability theory of geotechnical engineering [M]. Shanghai: Tongji University Press, 2011.(in Chinese)
- [22] 王宇,宋新龙,张行,等.边坡工程模糊随机可靠度分析[J].长江科学院院报,2011,28(9):30-34.
Wang Y, Song X L, Zhang H, et al. Fuzzy stochastic reliability analysis of slope engineering [J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2011, 28(9):30-34.(in Chinese)
- [23] 张明.结构可靠度分析——方法与程序[M].北京:科学出版社,2009.
Zhang M. Structural reliability analysis——methods and procedures [M]. Beijing: Science Press, 2009. (in Chinese)
- [24] 陈洪凯,唐红梅,王蓉.三峡库区危岩稳定性计算方法及应用[J].岩石力学与工程学报,2004(4):614-619.
Chen H K, Tang H M, Wang R. Calculation method of stability for unstable rock and application to the Three Gorges Reservoir [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004(4):614-619.(in Chinese)
- [25] 张倬元,王世天,王兰生,等.工程地质分析原理[M].北京:地质出版社,2009.
Zhang Z Y, Wang S T, Wang L S, et al. Principles of engineering geology [M]. Beijing: Geological Publishing House, 2009.(in Chinese)

(本文责编:苏泽云)