

DOI:10.13409/j.cnki.jdpme.20201214001

基于局部软化阶梯双折减法的土坡稳定性研究*

侯世伟, 张永峰, 张皓, 孟素云

(沈阳建筑大学土木工程学院, 辽宁 沈阳 110168)

摘要: 强度折减法是边坡稳定性分析中广泛使用的数值计算方法, 传统整体强度折减法对黏聚力和内摩擦角采用同一系数进行折减。由于两强度参数发挥作用先后以及衰减程度的不同, 传统整体强度折减法不能真实的反映土体渐进破坏过程, 一些学者提出运用双折减法来探究边坡的破坏问题。基于土体应变软化特性, 通过土体的峰值与残余强度建立起黏聚力和内摩擦角之间的关系, 将得到的强度参数关系式作为双参数折减组合的依据。该方法以破坏接近度作为判别土体是否破坏的标准, 引入局部阶梯折减的思想, 对局部破损区域($FAI > 0.8$)采用不同的折减组合, 研究均质土坡的渐进破坏过程。计算结果表明, 局部软化阶梯双折减法可以体现两强度参数发挥作用的先后顺序, 整理出两参数间的关系式为一次函数, 自变量对应的参数先发挥, 因变量对应的参数后发挥; 在算例中, 黏聚力的折减系数大于内摩擦角的折减系数, 黏聚力的强度储备比内摩擦角大, 发挥得较为充分; 模拟计算出的破损区面积以及边界处的塑性应变差值更加连续、平稳; 阶梯双折减法得到的综合安全系数小于整体折减法的安全系数, 在工程应用上偏于安全, 与其他学者得出的结论一致; 受网格密度的影响, 综合安全系数的范围为1.207~1.229, 该范围可为工程设计和施工提供参考。

关键词: 软化特性; 双折减; 局部阶梯; 稳定性; 边坡

中图分类号: TU473 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-2132(2022)04-0705-09

Research on Progressive Failure of Slope based on Softening Law and Step Double Reduction Method

HOU Shiwei, ZHANG Yongfeng, ZHANG Hao, MENG Suyun

(School of Civil Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang 110168, China)

Abstract: The strength reduction method is a widely used numerical calculation method in slope stability analysis. The traditional strength reduction method uses the same reduction coefficient for cohesion and internal friction angle. Because the two strength parameters play different roles in deformation sequence and have different attenuation degrees, the traditional strength reduction method cannot truly reflect the progressive failure process of the soil. Some scholars proposed using the double reduction method to explore the failure of the slope. Based on the strain softening characteristics of soil, the relationship between the cohesion and the internal friction angle was established through the peak value and residual strength of the soil. The proposed strength parameter relationship was then used as the basis for the double parameters reduction combination. The failure approach index was chosen as the cri-

* 收稿日期: 2020-12-14; 修回日期: 2021-01-28

基金项目: 国家重点研发计划项目(2018YFD1100404)、辽宁省教育厅项目(LJKZ0564)、辽宁省科技厅博士启动基金项目(2020-BS-161)资助

作者简介: 侯世伟(1982—), 女, 副教授, 硕导, 博士。主要从事土体渐进破坏模拟研究。E-mail: hsw1375@126.com

terion to determine whether the soil is damaged, the idea of local step reduction was introduced, and different reduction combinations were used for the local yield area ($FAI > 0.8$) to study the progressive failure process of homogeneous soil slope. The calculation results show that the local softening step double reduction method can reflect the action sequence of the two strength parameters. The relationship between the two parameters is sorted out as a linear function, in which the parameter corresponding to the independent variable works first, and the parameter corresponding to the dependent variable works later. In the calculation example of this paper, the reduction coefficient of the cohesion is greater than that of the internal friction angle, and the strength reservation of the cohesion is larger than that of the internal friction angle, so the cohesion is fully utilized. The calculated damaged area and the plastic strain difference at the boundary are more continuous and stable. The comprehensive safety factor obtained by the step double reduction method is smaller than that of the overall reduction method, which is safer in engineering applications and is consistent with the conclusions obtained by other scholars. Affected by the density of the mesh, the safety factor ranges from 1.207 to 1.229, which can provide reference for engineering design and construction.

Keywords: softening characteristics; double reduction; local step; stability; slope

引言

对于边坡稳定性的数值分析,发展至今,已经产生了诸多方法。其中强度折减法^[1-2]因原理简单实用,可以计算安全系数等优点,被广泛应用于模拟计算中^[3-6]。传统整体强度折减法遵循等比例折减原则^[7-8],即在边坡破坏过程中,土体抗剪强度参数均采用同一折减系数,不断增大折减系数,直到边坡破坏为止,此时的折减系数就是安全系数。该方法忽略了黏聚力与内摩擦角发挥作用的先后,不能真实反映边坡的变形过程。针对传统折减存在的问题,学者提出了对黏聚力 c 和内摩擦角 φ 采用不同折减系数的双折减系数法。

双折减相对于单折减来说,需要多考虑一个折减系数,如何确定两参数间的关系成为了主要问题。较早研究双折减的唐芬等^[9]基于土体的衰减特性和作用机理,提出黏聚力的折减系数应该大于内摩擦角的折减系数;袁维等^[10]通过建立临界状态下的 $c-\tan\varphi$ 曲线,假设折减过程沿着距离临界曲线最短路径折减,对比分析得出双参数折减法的临界滑动面比传统折减范围大,结果偏于保守,对边坡的安全性有利;W. Yuan等^[11]对参数的敏感性进行分析,提出了在不同坡角下双折减系数的配套组合,并定义了一种新的综合安全系数;薛海斌等^[12]对边坡强度参数非等比例法进行了研究,建立了双参数

折减法的比例关系,将双折减系数转化成单一的变量,便于数值模拟的实现。

本文基于土体的软化特性^[13-14],建立黏聚力与内摩擦角的关系,并以破坏接近度^[15](Failure Approach Index, FAI)作为判别边坡失稳的依据,引入局部阶梯折减的思想,利用数值模拟边坡的渐进破坏过程,将结论与传统整体折减法相比较,验证该方法的正确性。

1 考虑软化特性的阶梯双折减法

在边坡的渐进破坏过程中,土体表现出软化特性,两参数由峰值强度转化为残余强度,强度折减法的核心原理与此相契合,故引入软化特性,使折减过程更加合理。

1.1 强度参数软化模型

岩土力学中的软化多是反映土体材料强度峰值后劣化的过程,其实质是将Mohr-Coulomb屈服准则与软化参数建立起函数关系。沈华章等^[16]采用应变软化本构模型及矢量和法,得到应变软化边坡的坡体材料强度参数、滑面状态、稳定安全系数以及边坡破坏状态的变化过程,同时考虑了强度与变形参数峰后演化的发展规律。其强度参数与软化参数的关系如图1所示,具体表达式为:

$$c = \begin{cases} c_p & (\eta \leq \eta_p) \\ c_p - \frac{c_p - c_r}{\eta_r - \eta_p} (\eta - \eta_p) & (\eta_p < \eta < \eta_r) \\ c_r & (\eta \geq \eta_r) \end{cases} \quad (1)$$

$$\varphi = \begin{cases} \varphi_p & (\eta \leq \eta_p) \\ \varphi_p - \frac{\varphi_p - \varphi_r}{\eta_r - \eta_p} (\eta - \eta_p) & (\eta_p < \eta < \eta_r) \\ \varphi_r & (\eta \geq \eta_r) \end{cases} \quad (2)$$

式中, c_p 为峰值黏聚力; c_r 为残余黏聚力; φ_p 为峰值内摩擦角; φ_r 为残余内摩擦角; η_p 为峰值软化阈值; η_r 为残余软化阈值。

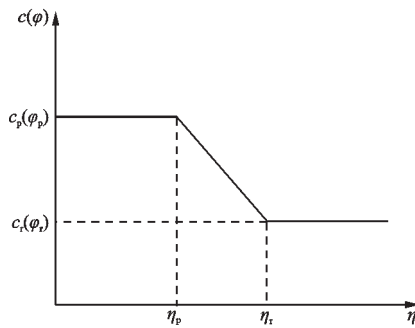


图1 强度参数变化

Fig.1 Schematic diagram of strength parameter changing

考虑应变软化的摩尔-库伦的强度准则表达式为:

$$F_{(\sigma)} = \sigma_1 - \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_3 + \frac{2c \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} = 0 \quad (3)$$

式中, c 为黏聚力; φ 为内摩擦角; σ_1 、 σ_2 和 σ_3 为 3 个主应力, 其大小关系为 $\sigma_1 \leq \sigma_2 \leq \sigma_3$ 。

1.2 破坏接近度

屈服接近度 YAI 广义的概念可表述为: 某点的现时状态与相对最安全状态的参量之比, 描述了初始屈服面与未屈服应力点之间的关系, 体现材料在变形过程中不可恢复的现象。张传庆^[17]将屈服接近度进一步引申提出破坏接近度 FAI , 对破坏接近度与屈服接近度进行了数值上的拟合, 有了更深层次的概念, 可作为岩土工程结构破坏方面的评价依据。

基于 Mohr-Coulomb 准则的破坏接近度函数如下:

$$FAI = \begin{cases} \omega & 0 \leq \omega < 1 \\ 1 + FD & \omega = 1, FD \geq 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中, ω 为屈服接近度 (YAI) 的相补参数, $\omega = 1 - YAI$; FD 为破坏度, $FD = \overline{\gamma}_p / \overline{\gamma}_p^r$, 其中 $\overline{\gamma}_p$ 为塑性剪应变, $\overline{\gamma}_p = \sqrt{1/2 e_{ij}^p e_{ij}^p}$, 塑性偏应变 $e_{ij}^p = \epsilon_{ij}^p - \epsilon_m^p \delta_{ij}$; $\overline{\gamma}_p^r$ 为极限塑性剪应变。

张传庆^[17]以 $FAI=0.8$ 作为岩土体屈服的底线, 分成以下四个区间: 低应力区 $\in [0.0, 0.8)$; 扰动区 $\in [0.8, 1.0)$; 损伤区 $\in [1.0, 2.0)$; 破坏区 $\in [2.0, +\infty)$ 。由于低应力区没有塑性变形, 扰动和损伤指土体结构发生了屈服, 本文结合以上分区以及名词的含义, 选取弹性区 $FAI \in [0.0, 0.8)$; 屈服区 $FAI \in [0.8, 2.0)$; 破坏区 $FAI \in [2.0, +\infty)$ 。

1.3 局部阶梯双折减法的原理及步骤

阶梯双折减法首先通过公式 (1) 和 (2) 建立起两参数间的关系, 然后在模拟边坡破坏的过程中结合局部阶梯折减法, 与传统整体强度折减法相比, 更加符合边坡的真实破坏情况。运用软化规律两参数间的关系如下:

$$\frac{c - c_p}{c_r - c_p} = \frac{\varphi - \varphi_p}{\varphi_r - \varphi_p} \quad (5)$$

边坡的稳定性受含水率变化、坡度大小以及土性等因素的影响, 其最根本表现为两参数的软化程度不同。对于任何的土体而言, 已知两参数间的峰值与残余强度, 就可以通过公式 (5) 确定黏聚力与内摩擦角间的关系, 相对于其他方法应用方便; 同时, 该方法解决了黏聚力和内摩擦角发挥作用先后的问题, 代入数据整理得到 c 和 φ 的一次函数关系式, 与公式中自变量相对应的参数先发挥, 与因变量相对应的参数后发挥。

阶梯双折减法折减参数的组合与循环计算过程见图 2, 具体的步骤如下:

(1) 根据边坡的尺寸、边界条件、材料属性以及外荷载数据, 建立相应的数值计算模型。

(2) 确定黏聚力与内摩擦角峰值和残余强度的数值, 代入公式 (5) 得到两参数间的函数关系式。

(3) 输入边坡参数的初始数据, 根据公式 (4) 算出土体内任一点的 FAI 值, 绘制出等值线图, 将 $FAI > 0.8$ 作为破损标准, 确定出破损单元。如果没有出现破损区, 先赋予自变量一个折减系数 $k1$, 将折减后的参数代入函数关系式中, 得到相对应的因变量, 与初始参数相比, 可求出因变量的折减系数 $k2$, 按照 $(k1, k2)$ 的折减组合方式对边坡进行折减, 得到最新的参数值, 重新进行数值模拟计算, 直到

出现破损区为止。

(4)将破损区记为 S ,同时给自变量一个增量 Δ ,此时自变量的折减系数为 $k_1+\Delta$,针对破损区 S 重复上一步骤,土体的变形破坏面积不断延伸扩展,滑裂面逐渐确定,最终形成一条完整的塑性贯通区,土体整体破坏。

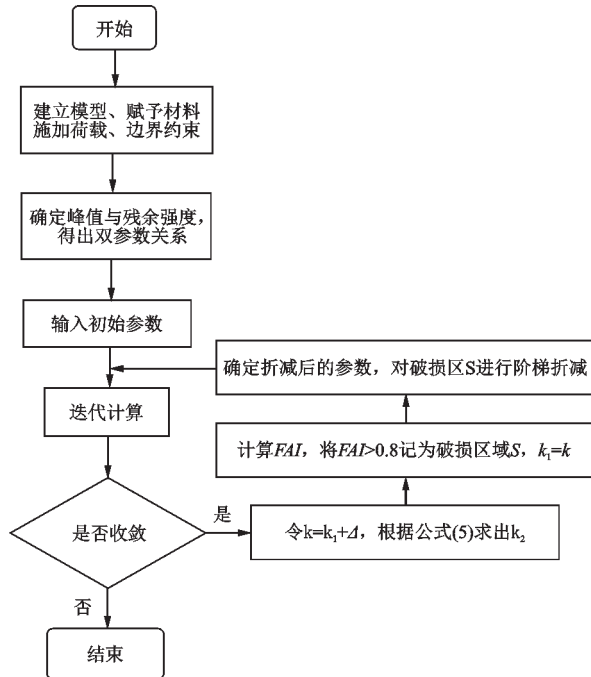


图2 阶梯双折减流程示意

Fig.2 Stepped double reduction flow chart

2 算例验证

2.1 计算模型及边界条件

本文采用经典的均质边坡算例,该算例已被国内外诸多学者采用许多方法进行了验证分析^[18-19],通过有限元通用软件 ABAQUS,将阶梯双折减法应用于此算例中,验证此方法的合理性。

该算例坡高 10 m,坡角 $\beta=45^\circ$,坡脚至左边界距离为 2 m,坡顶至右边界距离为 8 m,坡顶到底部边界的距离为 13 m。模型两侧为水平约束边

界,模型底部采用全约束边界条件,边坡应力场为自重应力场。边坡网格与尺寸如图 3 所示。

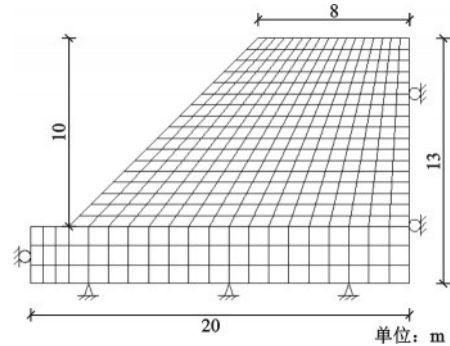


图3 边坡模型

Fig.3 Schematic diagram of slope model

2.2 计算参数

计算过程采用应变软化的 Mohr-Coulomb 模型,土体参数的选取如表 1 所示。

由表 1 的数据以及公式(5)可确定出两参数的函数关系式为:

$$\varphi = 0.4285c + 17.71 \quad (6)$$

公式(6)为一次函数,自变量为黏聚力,因变量为内摩擦角,结合自变量和因变量的定义,可确定出该边坡黏聚力先发挥作用,内摩擦角后发挥作用。查阅相关文献^[16,20],类似边坡黏聚力的折减系数一般在 1.2 左右,不同方法下黏聚力的折减系数差异主要体现在 1.2 以后,为了确定折减系数的大小,本文自变量的折减系数先取 1.0、1.1、1.2 进行折减,从 1.2 开始,后续以 $\Delta=0.02$ 的形式折减,计算完成共计折减 12 次。

2.3 模拟结果分析

图 4 为阶梯双折减法折减过程中破损区分布图,由图 4 可知,该方法得到的破损区首先出现在坡脚以及坡体中心。坡脚出现破损区是因为边坡在坡脚处的几何形状相对于其他部分变化较大,该区域的最大应力值比平均应力值较高,出现应力集中的现象;对于坡体中心来说,其内部

表 1 算例土体参数

Table 1 Soil parameters of the calculation example

弹性模量 E / MPa	泊松比 ν	重度 γ / ($\text{kN}\cdot\text{m}^{-3}$)	峰值黏聚力 c_p / kPa	峰值内摩擦角 φ_p / ($^\circ$)	残余黏聚力 c_r / kPa	残余内摩擦角 φ_r / ($^\circ$)
100	0.35	20	10	22	3	19

距离边界约束较远,该部分的土体水平自由度不受限制,加之此处所受重力较大,故出现破损区域。随着折减系数的增加,坡脚与坡体中心的破损区域相贯通,破损面积平稳增加,最后延伸扩展

到边坡上部,边坡发生破坏。与其他文献结果^[21]对比,该方法较为准确的描述边坡破坏过程,再现滑裂面的形成过程,符合边坡的真实破坏情况。

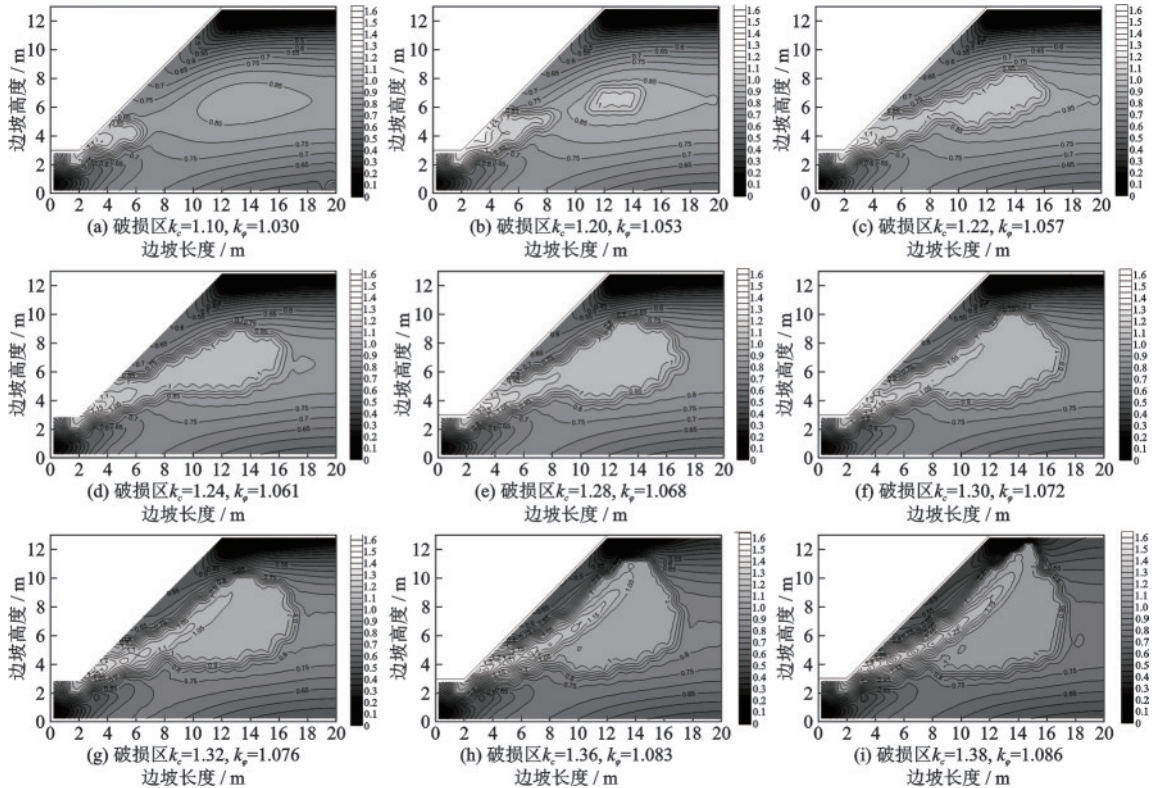


图4 折减计算过程中边坡FAI渐变过程

Fig.4 The change process of slope FAI under reduction

2.3.1 黏聚力与内摩擦角对边坡稳定性的贡献

在边坡的渐进破坏过程中,黏聚力与内摩擦角对其的贡献有所不同。图5为边坡变形过程中黏聚力与内摩擦角折减系数随折减次数的变化规律曲线,由于简化了前期的折减次数,因此直线出现了拐点。由图5可知,黏聚力的折减系数最终为1.38,内摩擦角的折减系数最终为1.086,说明对于该边坡而言,黏聚力的强度储备大于内摩擦角的强度储备;同时,在边坡失稳过程中,黏聚力的折减系数变化了0.38,而内摩擦角的折减系数变化了0.086,说明黏聚力较内摩擦角发挥的充分。

2.3.2 综合安全系数及结果验证

在传统强度折减法中,采用同一折减系数进行同步折减,最后失稳破坏时的折减系数即为边坡的安全系数。由于阶梯双折减法有两个折减系数,各自的安全储备不大相同,安全系数如何确定成为许多学者讨论的主要问题。求综合安全系数有以下

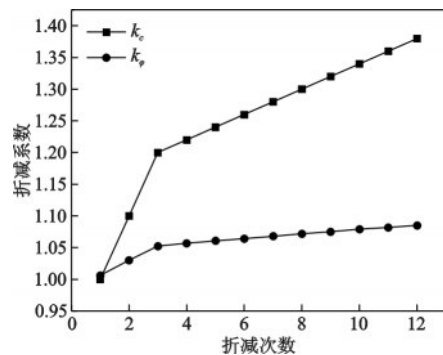


图5 黏聚力与内摩擦角折减系数变化折线

Fig.5 Line chart of the reduction coefficients for cohesion and internal friction angle

几种方法:

唐芬等^[22]采用两折减系数的平均值来确定边坡的综合安全系数 F_1 :

$$F_1 = \frac{k_c + k_\varphi}{2} \quad (7)$$

袁维等^[10]在最短路径配套准则的基础上,采用两折减系数乘积的开方来确定综合安全系数 F_2 :

$$F_2 = \sqrt{k_c k_\varphi} \quad (8)$$

W.Yuan等^[11]运用统计学的原理,通过大量不同形态的边坡算例,通过数据拟合的方法确定出综合安全系数 F_3 :

$$F_3 = \frac{\sqrt{2} k_c k_\varphi}{\sqrt{k_c^2 + k_\varphi^2}} \quad (9)$$

李忠等^[23]提出用两折减系数的最小值来确定综合安全系数 F_4 :

$$F_4 = \min(k_c, k_\varphi) \quad (10)$$

A.Isakov等^[24]认为综合安全系数为两折减系数的隐含表达式,通过强度折减的最短路径来定义综合安全系数的表达式 F_5 :

$$F_5 = \frac{1}{1 - R/\sqrt{2}} \quad (11)$$

式中, $R = \sqrt{\left(1 - \frac{1}{k_c}\right)^2 + \left(1 - \frac{1}{k_\varphi}\right)^2}$, 为强度折减路径的长度。

运用以上5种方法求得的综合安全系数,绘制成折线如图6所示。与整体安全系数 F_s 相比, F_4 最小, $F_1 \sim F_3$ 以及 F_5 求得结果相互接近,其相邻两条折线间综合安全系数的差值小于0.02,说明阶梯双折减法确定出的折减组合具有普遍性,能够适用于诸多学者所提出的理论。由于公式(10)所求出的综合安全系数 F_4 偏低,在实际应用当中较为安全,而传统整体折减所求出的安全系数 F_s 偏高,在实际应用当中较为经济。

以上5种方法得出的综合安全系数,传统整体

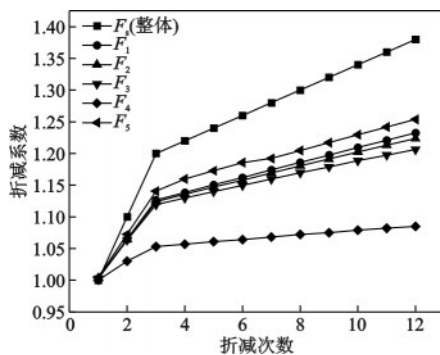


图6 不同公式下综合安全系数变化折线

Fig.6 Line chart of comprehensive safety factor variation under different formulas

折减法与阶梯双折减法较为接近,但前者要大于后者,说明传统的强度折减法高估了边坡的安全储备,没有考虑到黏聚力和内摩擦角对边坡的贡献差异,在反映实际的边坡渐进情况时存在不足,将其应用于实际工程应用偏于不安全,与文献[25]的结果一致。本文的综合安全系数 F_{sz} 取几种方法的均值,具体如公式(12)所示,整体折减与阶梯折减的数据参考文献[21]。

$$F_{sz} = (F_1 + F_2 + F_3 + F_5)/4 \quad (12)$$

2.3.3 破损面积的对比研究

破损区面积的发展即为边坡渐进破坏过程,破损区域的大小决定边坡的失稳程度。图7分别为整体折减、阶梯折减与阶梯双折减三种方法边坡破损面积大小的折线图,图中整体折减破损面积在发展中后期加速增加,最终失稳时面积达到了238.86 m²;阶梯折减法与阶梯双折减法的折线较为平稳,后者最终失稳破坏时的面积为79.17 m²,两者的破损面积前期相差15%,后期相差6%左右。这说明在折减计算的过程中,阶梯双折减法获得的破损面积较为稳定,能够有效的控制边坡面积的开展,符合边坡的渐进破坏应变局部化形成剪切带的特征。

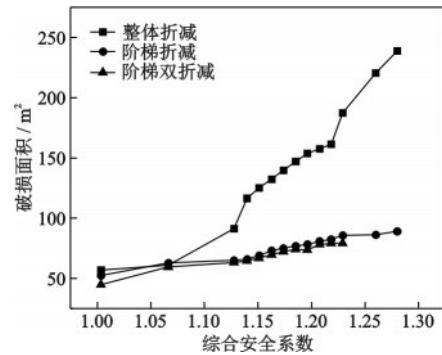


图7 不同折减方式中破损面积折线

Fig.7 Line chart of damaged area in different reduction methods

2.3.4 塑性应变差值的讨论

边坡破损区与非破损区之间存在塑性应变差值,整体折减应变差值的增量约为0.1,阶梯折减约为0.02,而阶梯双折减法的增量约为0.01。从曲线图8中可以看出,阶梯双折减法在不同折减系数下,折线的走向大致相同,塑性应变差值的波动较小,相对于阶梯折减降低了11%,能够有效的克服滑裂面破损区与非破损区的跳跃性问题,完成平稳过渡,这说明两参数间折减组合的选取更符合边坡的

实际破坏情况,真实的再现了边坡的破坏情况,阐述了两参数间的关系,为双折减法提供了理论依据。

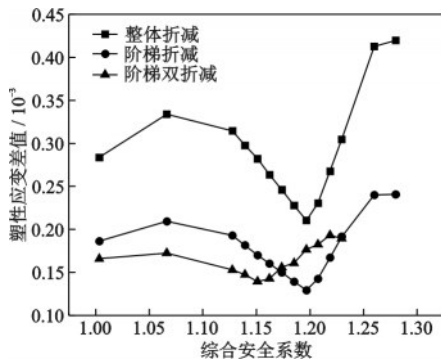


图8 不同折减方式中折减边界的塑性应变差值

Fig.8 Plastic strain differences on the boundary in different reduction methods

2.3.5 网格尺寸对折减系数的影响

在有限元模拟计算过程中,网格的疏密程度在一定程度上影响计算结果的精确程度。以图3为1倍网格情况,加密到4.5倍网格密度,如图9所示,随着网格密度从1增加到2.5倍,双折减的综合安全系数不断降低,继续加密网格,边坡的综合安全系数趋于稳定,综合安全系数最后停留在1.207左右,比初始综合安全系数小了0.022,在实际工程应用中,可作为折减范围进行参考。

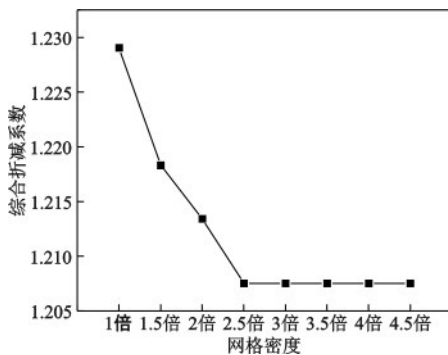


图9 网格对折减系数的影响

Fig.9 Influence of mesh on reduction coefficient

图10是不同网格尺寸对破损面积的影响,由图可知,变形发展前期破损面积的大小接近,随着网格密度以及折减系数的增加,破损面积在发展后期逐渐减小,部分出现“收缩”的现象,这主要是因为网格变形受应变能释放的影响,稍有冲击回弹。由图11可知,不同网格划分变化趋势相同,网格密度

对塑性应变差值的影响主要体现在发展后期,折减的波动幅度逐渐变小,塑性应变差值也不断减小,更真实地体现了坡体的渐进失稳过程。

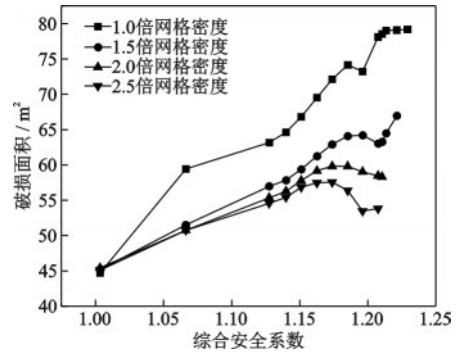


图10 网格对破损面积的影响

Fig.10 Influence of grid on damaged area

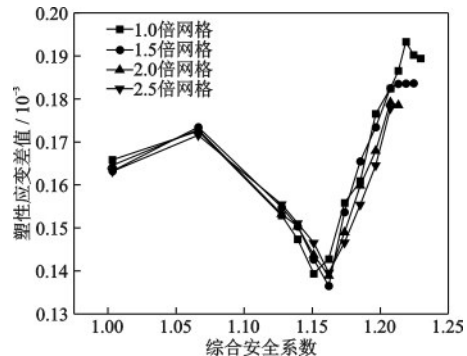


图11 网格对塑性应变差值的影响

Fig.11 Influence of mesh on plastic strain difference

3 结 语

基于土体应变软化特征并结合局部阶梯折减的思想,提出了阶梯双折减法,再现边坡潜在滑裂面渐进演化至破坏的过程,对比验证了该方法的合理性,发展了强度折减方法,可为实际的工程应用提供依据。

(1) 通过土体的软化建立起两参数间的关系,求得函数解析式为一次函数,函数的变量与黏聚力以及内摩擦角相对应,自变量对应的参数先发挥作用,对边坡的贡献较大;因变量对应的参数后发挥作用,对边坡的贡献较小。

(2) 将阶梯双折减法求出的折减组合应用到综合安全系数的公式当中,通过对比结果可得,双阶梯折减法的综合安全系数小于传统整体折减法,在实际的工程应用当中,双折减法求得的综合安全系

数较为安全;传统整体折减法所求得的综合安全系数较为经济。

(3) 本文阶梯双折减法相对传统整体折减法来说,破损面积以及塑性应变差值跳跃性更小,更加连续。

(4) 随着网格密度的增加,综合安全系数迅速减小,直到网格密度为2.5倍时,呈现平稳的趋势,此时综合安全系数的数值为1.207。

参考文献:

- [1] Zienkiewicz O C, Humpheson C, Lewis R W. Associated and non-associated visco-plasticity and plasticity in soil mechanics[J]. *Geotechnique*, 1975, 25(4): 671-689.
- [2] Griffiths D V, Lane P A. Slope stability analysis by finite elements[J]. *Geotechnique*, 1999, 49(3): 59-70.
- [3] 张振华,冯夏庭,周辉,等. 基于设计安全系数及破坏模式的边坡开挖过程动态变形监测预警方法研究[J]. *岩土力学*, 2009, 30(3): 603-612.
Zhang Z H, Feng X T, Zhou H, et al. Research on dynamic early warning method of slope deformation monitoring during excavation based on design safety factor and failure mode[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2009, 30(3): 603-612. (in Chinese)
- [4] 栾茂田,武亚军,年延凯. 强度折减有限元法中边坡失稳的塑性区判据及其应用[J]. *防灾减灾工程学报*, 2003, 23(3): 1-8.
Luan M T, Wu Y J, Nian Y K. A criterion for evaluating slope stability based on development of plastic zone by shear strength reduction FEM[J]. *Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering*, 2003, 23(3): 1-8. (in Chinese)
- [5] Zheng H, Liu D F, Li C G. On the assessment of failure in slope stability analysis by finite element method[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2008, 41: 629-639.
- [6] 郑颖人,赵尚毅. 岩土工程极限分析有限元法及其应用[J]. *土木工程学报*, 2005, 38(1): 91-98, 104.
Zheng Y R, Zhao S Y. Limit state finite element method for geotechnical engineering analysis and its application[J]. *China Civil Engineering Journal*, 2005, 38(1): 91-98, 104. (in Chinese)
- [7] 郑颖人,赵尚毅,张鲁渝. 用有限强度折减法进行边坡稳定性分析[J]. *中国工程科学*, 2002, 4(10): 58-59.
Zheng Y R, Zhao S Y, Zheng L Y. Slope stability analysis by strength reduction FEM[J]. *Engineering Science*, 2002, 4(10): 58-59. (in Chinese)
- [8] 赵尚毅,郑颖人,时为民,等. 用有限元强度折减法求边坡稳定安全系数[J]. *岩土工程学报*, 2002, 24(3): 344-345.
Zhao S Y, Zheng Y R, Shi W M, et al. Analysis on safety factor of slope by strength reduction FEM[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2002, 24(3): 344-345. (in Chinese)
- [9] 唐芬,郑颖人. 边坡渐进破坏双折减系数法的机理分析[J]. *地下空间与工程学报*, 2008, 4(3): 436-441.
Tang F, Zheng Y R. Mechanism analysis on dual reduction factors about the progressive failure of slope [J]. *Chinese Journal of Underground Space and Engineering*, 2008, 4(3): 436-441. (in Chinese)
- [10] 袁维,李小春,王伟,等. 一种双折减系数的强度折减法研究[J]. *岩土力学*, 2016, 37(8): 2222-2230.
Yuan W, Li X C, Wang W, et al. Research on strength reduction method with double reduction coefficient [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2016, 37(8): 2222-2230. (in Chinese)
- [11] Yuan W, Bai B, Li X C, et al. A strength reduction method based on double reduction parameters and its application[J]. *Journal of Central South University*, 2013, 20(9): 2555-2562.
- [12] 薛海斌,党发宁,尹小涛,等. 边坡强度参数非等比例相关折减法研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2015(增2): 4005-4012.
Xue H B, Dang F N, Yin X T, et al. Study on non proportional correlation reduction method for slope strength parameters[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2015(Sup2): 4005-4012. (in Chinese)
- [13] Mesri G, Shahien M. Residual shear strength mobilized in first-time slope failures[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2003, 129(1): 12-31.
- [14] Locat A, Leroueil S, Bernander S, et al. Progressive failures in eastern Canadian and Scandinavian sensitive clays [J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2011, 48(11): 1696-1712.
- [15] 张传庆,周辉,冯夏庭. 基于破坏接近度的岩土工程稳定性评价[J]. *岩土力学*, 2007(5): 888-894.
Zhang C Q, Zhou H, Feng X T. Stability assessment of geotechnical engineering based on failure approach index [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2007(5): 888-894. (in Chinese)

- [16] 沈华章,王水林,郭明伟,等. 应变软化边坡渐进破坏及其稳定性初步研究[J]. 岩土力学, 2016, 37(1): 175-184.
Shen H Z, Wang S L, Guo M W, et al. Preliminary study on progressive failure and stability of strain softening slope[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, 37(1): 175-184.(in Chinese)
- [17] 张传庆. 基于破坏接近度的岩石工程安全性评价方法的研究[D]. 武汉: 中国科学院研究生院(武汉岩土力学研究所), 2006.
Zhang C Q. Research on rock engineering safety evaluation method based on failure approach [D]. Wuhan: Graduate University of Chinese Academy of Sciences (Wuhan Institute of Geotechnical Mechanics), 2006.(in Chinese)
- [18] Dawson E M, Roth W H, Drescher A. Slope stability analysis by strength reduction[J]. Geotechnique, 1999, 49(6):835-840.
- [19] 费康,彭劼. ABAQUS 岩土工程实例详解[M]. 北京: 人民邮电出版社, 2017.
Fei K, Peng J. ABAQUS geotechnical engineering examples [M]. Beijing: People's Posts and Telecom Press, 2017.(in Chinese)
- [20] 陈冉,刘飞. 基于双折减系数法的土坡稳定性分析[J]. 防灾减灾工程学报, 2013, 33(增1):105-110.
Chen R, Liu F. Stability analysis of soil slope based on double reduction coefficient method[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2013, 33(Sup1):105-110.(in Chinese)
- [21] 侯世伟,马士贺,李宏男,等. 基于局部强度阶梯折减法的边坡渐进破坏研究[J]. 防灾减灾工程学报, 2020, 40(1):76-82.
Hou S W, Ma S H, Li H N, et al. Research on slope progressive failure based on local strength step reduction method[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2020, 40(1):76-82.(in Chinese)
- [22] 唐芬,郑颖人,赵尚毅. 土坡渐进破坏的双安全系数讨论[J]. 岩石力学与工程学报, 2007(7):1402-1407.
Tang F, Zheng Y R, Zhao S Y. Discussion on double safety factors of progressive failure of soil slope[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007(7):1402-1407.(in Chinese)
- [23] 李忠,朱彦鹏. 土坡稳定性分析中滑移面位置及安全系数空间分布探讨[J]. 兰州理工大学学报, 2007(4): 113-117.
Li Z, Zhu Y P. Discussion on the position of slip surface and spatial distribution of safety factor in stability analysis of soil slope [J]. Journal of Lanzhou University of Technology, 2007(4): 113-117.(in Chinese)
- [24] Isakov A, Moryachkov Y. Estimation of slope stability using two-parameter criterion of stability [J]. International Journal of Geomechanics, 2014, 14(3):613-624.
- [25] Bai B, Yuan W, Li X C. A new double reduction method for slope stability analysis [J]. Journal of Central South University, 2014, 21(3):1158-1164.
(本文责编:苏泽云)