

DOI:10.13409/j.cnki.jdpme.201903029

水平向地震力作用下裂缝二次开裂研究*

范方方¹, 李健¹, 宋文智², 张飞^{3,4}

(1. 中交第二公路勘察设计研究院有限公司, 湖北 武汉 430056; 2. 上海二十冶建设有限公司, 上海 201999;
3. 河海大学岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室, 江苏 南京 210098; 4. 河海大学土木与交通学院
岩土工程研究所, 江苏 南京 210098)

摘要: 针对水平向地震力作用下发生裂缝二次开裂问题, 提出了平面应变下均质土坡二次开裂坡脚破坏模型和坡底破坏模型。考虑水平向地震力系数、边坡坡度和土体内摩擦角的影响, 计算了不同裂缝距坡肩距离和不同已开裂裂缝深度下临界高度和二次开裂深度, 绘制了相关的图表。已开裂裂缝深度越大, 则临界高度越小, 裂缝二次开裂深度越小; 具有相同土性参数和边坡坡度但已开裂深度不同的均质土坡, 在相同的水平向地震力作用下发生二次开裂, 两次开裂的深度之和近似相等。

关键词: 均质土坡; 裂缝; 二次开裂; 极限分析; 上限解; 地震

中图分类号: TU435 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-2132(2021)05-1113-07

Study on Secondary Cracking of Cracks under Horizontal Seismic Force

FAN Fangfang¹, LI Jian¹, SONG Wenzhi², ZHANG Fei^{3,4}

(1. CCCC Second Highway Consultants Co., Ltd, Wuhan 430056, China; 2. Shanghai Ershiye Construction Co., Ltd., Shanghai 201999, China; 3. MOE Key Laboratory of Geomechanics and Embankment Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China; 4. Geotechnical Research Institute, College of Civil and Transportation, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: Aiming at the problem of secondary cracking under horizontal seismic forces, a model describing the toe failure and base failure of a homogeneous soil slope with secondary cracking under a plane strain condition is proposed. Considering the influence of horizontal seismic force coefficient, slope gradient, and friction angle in soil, the critical height and secondary cracking depth for various crack distances from the slope shoulder and cracking depth are calculated, and the relevant charts are drawn. The larger the crack depth is, the smaller the critical height is and the smaller the secondary crack depth is. For homogeneous soil slopes with the same soil parameters and slope gradient but different crack depths, secondary cracks will develop under the same horizontal seismic force, and the sum of the two cracks is approximately the same.

Keywords: homogeneous soil slope; crack; secondary cracking; limit analysis; upper bound solution; earthquake

* 收稿日期: 2019-03-09; 修回日期: 2019-06-06

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(51878248)资助

作者简介: 范方方(1979—), 男, 高级工程师。主要从事隧道设计方面的研究。E-mail: 45844894@qq.com

通讯作者: 宋文智(1987—), 男, 高级工程师。主要从事边坡工程研究。E-mail: weizhisong6@163.com

$$W_6 = \frac{1}{3} \gamma \omega r_0^3 \exp [2 \tan \phi (\theta_e - \theta_0)] \cos^2 \theta_e \times \{ \exp [\tan \phi (\theta_e - \theta_0)] \sin \theta_e - \sin \theta_0 \} \quad (7)$$

下面考虑二次开裂的裂缝 G-E 开裂过程所引起的能量耗散率。为了满足极限分析方法正交流动法则, 体积应变率由剪胀角确定。由此可以得到裂缝单位面积开裂能量耗散率的闭合解:

$$d_c = f_c [v] \frac{1 - \sin \xi}{2} \quad (8)$$

其中, f_c 为土体的一维抗压强度; $[v]$ 为速度不连续矢量 v 的大小; ξ 为速度不连续矢量 v 与裂缝的夹角。根据 R. L. Michalowski^[9] 提出的:

$$f_c = \frac{2c \cos \phi}{1 - \sin \phi} \quad (9)$$

将公式(9)带入公式(8)可知, 裂缝开裂所引起的能量耗散率可以由公式(10)进行计算:

$$d_c = c [v] \cos \phi \frac{1 - \sin \xi}{1 - \sin \phi} \quad (10)$$

由前述可知, 由于均质土坡在临界破坏过程中已开裂的裂缝 F-G 不产生能量耗散, 仅有二次开裂的裂缝 G-E 产生能量耗散, 因此将公式(10)沿着裂缝 G-E 进行积分, 得到裂缝 G-E 上的能量耗散率 D_{GE} 为:

$$D_{GE} = c \omega r_0^2 \frac{\cos \phi}{1 - \sin \phi} \cos^2 \theta_e \int_{\theta_g}^{\theta_e} \frac{1 - \sin \theta}{\cos^3 \theta} d\theta \times \exp [2 \tan \phi (\theta_e - \theta_0)] \quad (11)$$

其中, θ_g 表示 G 点到 O 点的连线与过 O 点的水平轴的夹角(如图 1 所示)。值得注意的是, G 点不在对数螺旋线上。 θ_g 可以通过如下几何关系求得:

$$\theta_g = \arctan \frac{\frac{\delta_1}{r_0} + \sin \theta_0}{\cos \theta_e \exp [\tan \phi (\theta_e - \theta_0)]} \quad (12)$$

由前所述, 已开裂裂缝 F-G 的无量纲的裂缝深度 δ_1/H 作为已知量参与计算。 θ_g 的取值范围为: $\theta_i < \theta_g < \theta_e$ 。

无量纲的裂缝二次开裂深度 δ_2/H 的表达式为:

$$\frac{\delta_2}{H} = \frac{\exp [\tan \phi (\theta_e - \theta_0)] \sin \theta_e - \sin \theta_0}{\frac{H}{r_0}} - \frac{\delta_1}{H} \quad (13)$$

对于带有已开裂裂缝或者具有潜在裂缝的均质土坡坡脚破坏机制, 在优化计算过程中, 共有 θ_0 、 θ_h 和 θ_e 三个相互独立的优化变量。本章考虑裂缝二次开裂的坡脚破坏机制中, 由于无量纲的裂缝位置 L_0/H 和已开裂裂缝 F-G 的无量纲的裂缝深度 δ_1/H 已知, 因此可以根据已知条件对独立变量 θ_e 进行求

解, 进而减小独立变量的个数, 提高随即搜索的优化效率。下面推导 θ_e 的隐式表达式。由几何关系整理, 得到 θ_e 的隐式表达式:

$$\begin{aligned} \exp (\theta_e \tan \phi) \cos \theta_e &= \left(\frac{L_0}{H} + \cot \beta \right) \exp (\theta_h \tan \phi) \cdot \\ &\sin \theta_h + \exp (\theta_h \tan \phi) \cos \theta_h - \left(\frac{L_0}{H} + \cot \beta \right) \cdot \\ &\exp (\theta_0 \tan \phi) \sin \theta_0 \end{aligned} \quad (15)$$

通过式(15)可采用迭代法求得 θ_e 的近似值。

图 2 为裂缝二次开裂的均质土坡坡底破坏机制。

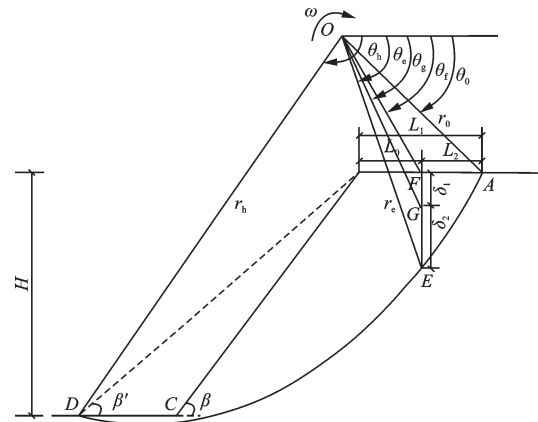


图 2 考虑裂缝二次开裂的坡底破坏机制

Fig.2 Base failure mechanism considering the secondary opening of the crack

在如图 2 所示的破坏机制下, 土体重力做功功率以及对数螺旋破坏线上的能量耗散率的计算, 在优化计算过程中, 共有 θ_0 、 θ_h 、 θ_e 和 β' 四个相互独立的优化变量。在考虑裂缝二次开裂的坡底破坏机制中, 由于无量纲的裂缝位置 L_0/H 和已开裂裂缝 F-G 的无量纲的裂缝深度 δ_1/H 已知, 因此可以根据已知条件对独立变量 θ_e 进行求解, 求解过程如前所述。因此, 裂缝二次开裂的均质土坡坡底破坏机制合计有三个相互独立的优化变量, 分别为 θ_0 、 θ_h 和 β' 。采用裂缝二次开裂的均质土坡坡底破坏机制, 在优化过程中, 可能出现 $\beta' < \beta$ 和 $\beta' = \beta$ 两种情况。

① $\beta' < \beta$ 情况下, 均质土坡发生坡底破坏。在这种条件下, 滑出点 D 在坡脚点 C 左侧, 破坏面最低点在水平地面下方。

② $\beta' = \beta$ 情况下, 均质土坡发生坡脚破坏, 坡底破坏机制退化为坡脚破坏机制。在这种情况下, 滑出点 D 与坡脚点 C 重合, 破坏面最低点在坡脚处。

由此可见, 在优化搜索过程中, 限定 $\beta' \leq \beta$, 裂缝

二次开裂的均质土坡坡底破坏机制可以考虑发生坡脚破坏的情况。

2 二次裂缝均质土坡临界高度

通过选取不同土体内摩擦角 ϕ (ϕ 分别为 10° 、 15° 、 20° 、 25° 和 30°)，不同边坡坡度 β (β 分别为 50° 和 70°)，具有不同已开裂裂缝无量纲裂缝深度 δ_1/H (δ_1/H 分别为 0.03、0.06 和 0.09) 和不同裂缝位置 L_0/H (考虑 L_0/H 的取值范围为 $0.20 \leq L_0/H \leq 0.50$) 的均质土坡，计算其在不同大小的水平向地震力 (k_h 分别为 0.1、0.2 和 0.3) 作用下的临界高度 ($\gamma H/c$)。计算结果如图 3 所示。

每组曲线均由虚线、实线和间断线三种曲线形式进行表示，分别代表已开裂裂缝无量纲裂缝深度 δ_1/H 分别为 0.03、0.06 和 0.09 的三种情况。

由图 3 中可以看出，随着土体内摩擦角 ϕ 的增大，在水平向地震力系数 k_h 、边坡坡度 β 和已开裂裂缝无量纲裂缝深度 δ_1/H 相同的情况下，均质土坡的临界高度 ($\gamma H/c$) 逐渐增大。产生这种现象的原因

在于，具有较大土体内摩擦角 ϕ 的均质土坡，在土体黏聚力 c 相同的条件下，具有较大的抗剪强度。具有更大抗剪强度的土体构成的均质土坡，其抵抗剪切破坏的能力更强，临界高度 ($\gamma H/c$) 更大。

由图 3 中各条曲线随横坐标 L_0/H 的变化趋势可以发现，有的曲线呈现单调下降的趋势，有的曲线呈现单调上升的趋势，而有的曲线呈现先下降后上升的趋势。产生这种现象的原因在于，在其他条件相同的情况下，裂缝位置 L_0/H 影响均质土坡临界高度 ($\gamma H/c$) 的大小。也就是说，在其他条件相同的情况下，不同的裂缝位置 L_0/H 对应不同的均质土坡临界高度 ($\gamma H/c$)。

从图 3 中可以看出，在其他条件相同的情况下，随着边坡坡度 β 的增大，临界高度 ($\gamma H/c$) 逐渐减小。这种现象与工程实际相符合，即边坡坡度 β 越大，边坡保持稳定所能达到的最大高度越小。在其他条件相同的情况下，随着水平向地震力系数 k_h 的增大，临界高度 ($\gamma H/c$) 逐渐减小。这种现象与工程实际相符合，即地震力越大，边坡保持稳定所能达到的最大高度越小。

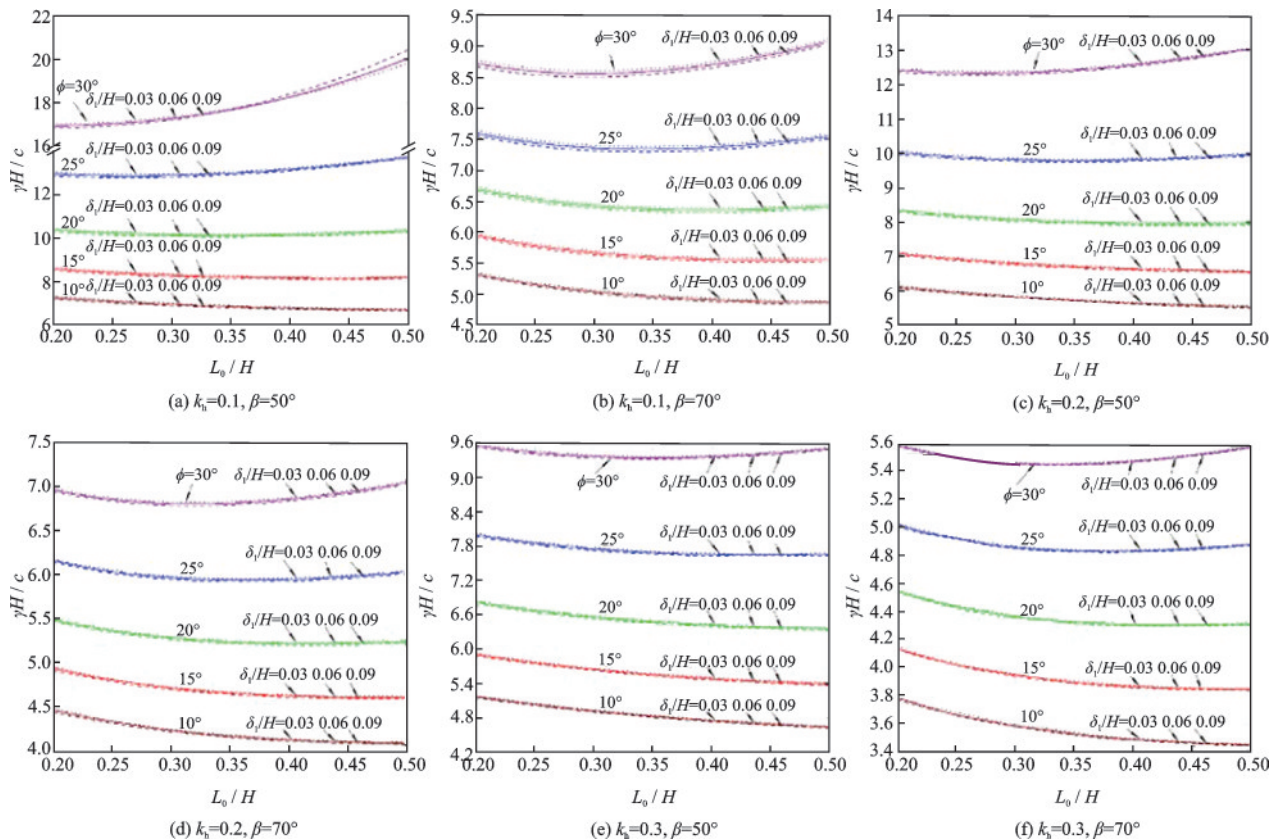


图 3 水平向地震力作用下边坡二次开裂临界高度

Fig.3 Critical heights of slopes with secondary cracks under the effect of the horizontal seismic force

3 均质土坡二次裂缝开裂深度

通过选取不同土体内摩擦角 ϕ (ϕ 分别为 10° 、 15° 、 20° 、 25° 和 30°)，不同边坡坡度 β (β 分别为 50° 和 70°)，具有不同已开裂裂缝无量纲裂缝深度 δ_1/H (δ_1/H 分别为0.03、0.06和0.09)和不同裂缝位置 L_0/H (考虑 L_0/H 的取值范围为 $0.20 \leq L_0/H \leq 0.50$)的均质土坡，通过式(7)计算其在不同大小的水平向地震力(k_h 分别为0.1、0.2和0.3)作用下无量纲的裂缝二次开裂深度 δ_2/H 。计算结果如图4所示。

由图4中可以看出，随着土体内摩擦角 ϕ 的增大，在水平向地震力系数 k_h 、边坡坡度 β 和已开裂裂缝无量纲裂缝深度 δ_1/H 相同的情况下，无量纲的裂缝二次开裂深度 δ_2/H 逐渐减小。产生这种现象的原因在于，水平向地震力作为促使均质土坡发生破坏的主要外力，与沿着整个破坏面的临界土体强度作为抵抗均质土坡破坏的主要内力共同作用，使得均质土坡处于临界状态。具有较大土体内摩擦角 ϕ 的均质土坡其土体强度相对较大，抵抗均质土坡破坏的能力较强，滑动面相对较小；具有较小土体内摩擦角 ϕ 的均质土坡其土体强度相对较小，抵抗均质土坡破坏的能力较弱，临界状态下需要更长的滑动面抵抗均质土坡发生破坏。由于两条裂缝构成的总的裂缝起始于均质土坡的坡顶，终止于对数螺旋破坏线的顶端(请见图1和图2)。因此，具有较小滑动面的均质土坡，其总的裂缝深度较浅；反之，则较大。由于总的裂缝深度减去已开裂裂缝深度 δ_1/H 即为裂缝二次开裂深度 δ_2/H ，而已开裂裂缝无量纲裂缝深度 δ_1/H 相同。因此，在其他条件不变的情况下，随着土体内摩擦角 ϕ 的增大，无量纲的裂缝二次开裂深度 δ_2/H 逐渐减小。

由图4中还可以看出，同一幅图中的同种颜色的一组曲线，虚线位于实线上方，而实线位于间断线上方。这表明，在水平向地震力系数 k_h 、边坡坡度 β 和土体内摩擦角 ϕ 相同的情况下，不论已开裂裂缝无量纲裂缝位置 L_0/H 为何值，已开裂裂缝无量纲裂缝深度 δ_1/H 越大的均质土坡，无量纲的裂缝二次开裂深度 δ_2/H 越小。产生这种现象的原因如下：由于两条裂缝构成的总的裂缝起始于均质土坡的坡顶，终止于对数螺旋破坏线的顶端(见图1和图2)；在水平向地震力系数 k_h 、边坡坡度 β 和土体内摩擦角 ϕ 相同的情况下，虽然已开裂裂缝无量纲裂缝深

度 δ_1/H 不同，但是均质土坡临界状态下对数螺旋破坏线近似相同，因而总的裂缝长度近似相同(图4中两次裂缝的长度相加可证)。又由于总的裂缝的深度减去已开裂裂缝深度 δ_1/H 即为裂缝二次开裂深度 δ_2/H ，因此在其他条件相同的情况下，已开裂裂缝无量纲裂缝深度 δ_1/H 越大的均质土坡，无量纲的裂缝二次开裂深度 δ_2/H 越小。

由图4中各条曲线随横坐标 L_0/H 的变化趋势可以发现，所有曲线呈现单调下降的趋势。这表明，已开裂裂缝位置 L_0/H 越大则裂缝二次开裂深度 δ_2/H 越小；反之，则越大。产生这种现象的原因在于，当裂缝位置 L_0/H 较小时，裂缝距坡肩较近，此时滑动土体的体积相对较小。因此，作用于土体上的水平向地震力较小。促使均质土坡发生破坏的外力与沿着整个破坏面的临界土体强度作为抵抗均质土坡破坏的主要内力共同作用，使得均质土坡处于临界状态。当前者较小时，后者也相对较小，因此对数螺旋破坏线长度较小。由于总的裂缝与对数螺旋破坏线共同构成均质土坡临界状态下的破坏线，当已开裂裂缝深度 δ_1/H 不变时，裂缝二次开裂深度 δ_2/H 较大。当裂缝位置 L_0/H 逐渐增大，裂缝向远离坡肩的一侧移动时，滑动土体的体积逐渐增大，作用于土体上的水平向地震力逐渐增大，对数螺旋破坏线长度逐渐增大，总的裂缝逐渐减小，当已开裂裂缝深度 δ_1/H 不变时，裂缝二次开裂深度 δ_2/H 逐渐减小。

从图4中可以看出，在其他条件相同的情况下，随着边坡坡度 β 的增大，无量纲的裂缝二次开裂深度 δ_2/H 逐渐增大。由图4中还可以发现，在其他条件相同的情况下，随着水平向地震力系数 k_h 的增大，裂缝二次开裂深度 δ_2/H 逐渐增大。

4 算例

已知均质土坡，坡度 $\beta=80^\circ$ ，高度 $H=8$ m，土体内摩擦角 $\phi=15^\circ$ ，黏聚力 $c=25$ kN/m²，重度 $\gamma=15$ kN/m³，计算其在静力条件下和水平向地震力系数 k_h 为0.2时的安全系数 F_s 、裂缝位置 l/H 和裂缝深度 δ/H ，见表1、表2和表3。

计算结果见表1、表2和表3。水平向地震力系数 k_h 分别为0和0.2时临界状态下的滑动面与裂缝示意图如图5所示。

由表1可以看出，无论水平向地震力系数 k_h 的

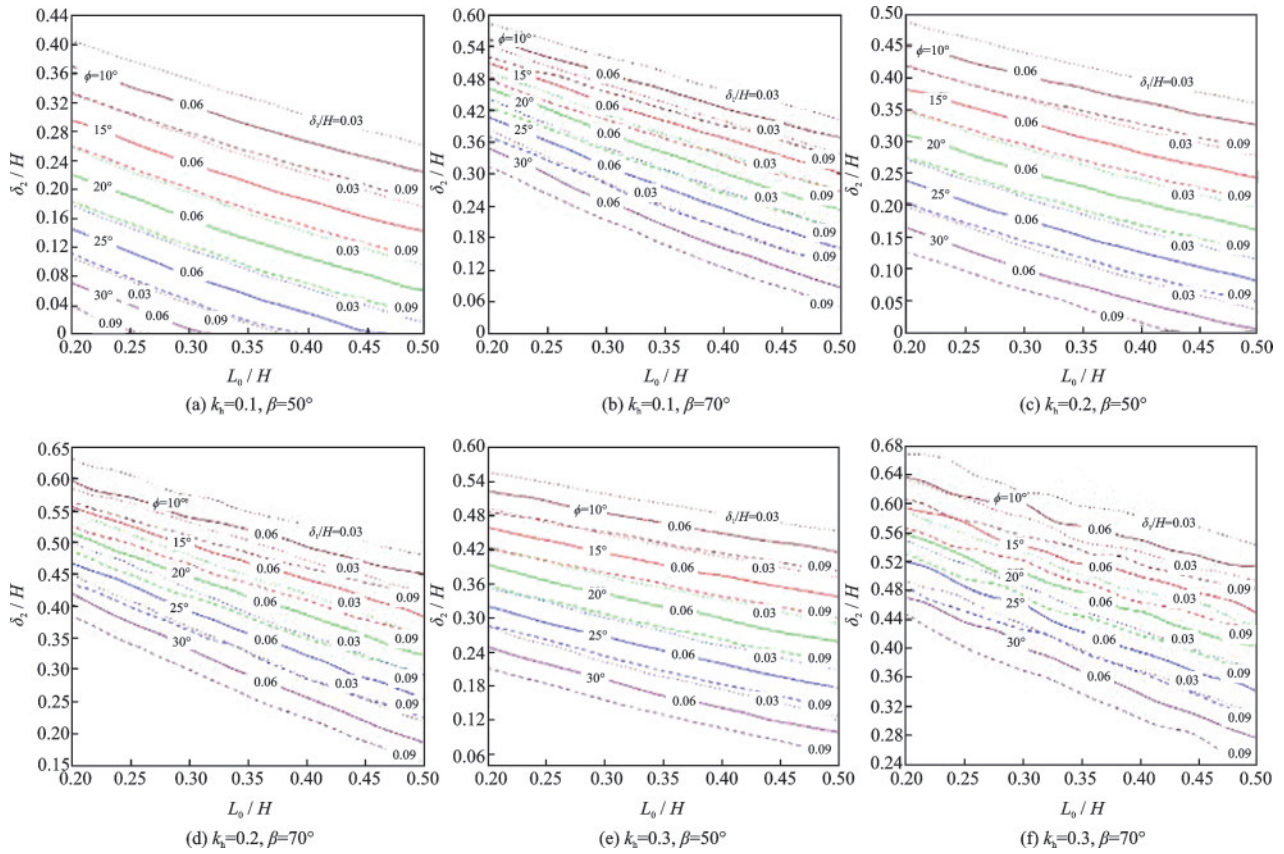


图4 水平向地震力作用下二次裂缝开裂深度

Fig.4 Depth of the secondary crack under the effect of the horizontal seismic force

表1 算例安全系数

安全系数 F_s		
水平向地震力系数 k_h	0	0.2
无裂缝	1.19	0.97
已开裂裂缝	0.95	0.77
潜在裂缝	1.08	0.82
二次开裂	1.11	0.83

表2 算例裂缝位置

裂缝位置 l/H		
水平向地震力系数 k_h	0.0	0.2
已开裂裂缝	0.221	0.277
潜在裂缝	0.434	0.406

取值是0、0.1、0.2还是0.3,带有已开裂裂缝边坡的安全系数 F_s 小于具有潜在裂缝边坡的安全系数 F_s ,而后者小于无裂缝边坡的安全系数 F_s 。此外,由表2、表3和图5中可以看出,潜在裂缝比已开裂裂缝距坡肩的距离更远;已开裂裂缝比潜在裂缝的深度更深。其中,已开裂裂缝与潜在裂缝的位置和

表3 算例裂缝深度或二次开裂深度

裂缝深度 δ/H 或二次开裂深度 δ_2/H		
水平向地震力系数 k_h	0.0	0.2
已开裂裂缝	0.596	0.600
潜在裂缝	0.409	0.537
二次开裂	0.568	0.643

深度是通过通过对最危险状态下的边坡(土体强度参数按照安全系数 F_s 折减)进行优化计算得到的。由图5中可以看出,具有潜在裂缝边坡的整个破坏线(含裂缝和对数螺旋破坏线)均产生抵抗土体重力做功功率 W_y 和地震力做功功率 W_s 的能量耗散率 D ,而对于带有已开裂裂缝边坡而言,由于不考虑裂缝开裂引起的能量耗散 D_{EF} ,只有对数螺旋破坏线上产生抵抗土体重力做功功率 W_y 和地震力做功功率 W_s 的能量耗散率 D 。因此,带有已开裂裂缝边坡的安全系数 F_s 小于具有潜在裂缝边坡的安全系数 F_s 。

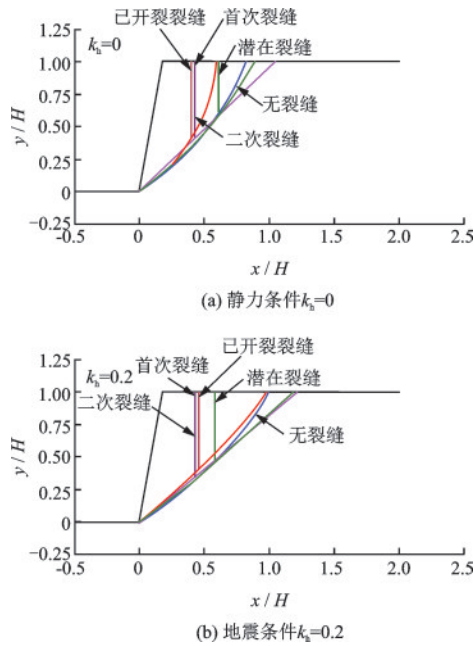


图5 算例临界滑动面与裂缝示意

Fig.5 Schematic diagram of critical slip surfaces and cracks of the example

5 结论

针对已开裂裂缝均质土坡在地震荷载作用下发生二次开裂这种实际工程问题,探究性地提出了平面应变下均质土坡极限分析坡脚破坏模型和坡底破坏模型。通过选取不同的水平向地震力系数、边坡坡度和土体内摩擦角,研究并计算了不同裂缝位置和已开裂裂缝深度下二次裂缝均质土坡的临界高度和二次裂缝开裂深度,得到如下结论:

(1)地震力作用下,已开裂裂缝裂缝深度越大,则均质土坡临界高度越小。

(2)已开裂裂缝位置影响均质土坡临界高度的大小。随着已开裂裂缝位置的增大,均质土坡临界高度或呈现增大的趋势,或呈现减小的趋势。临界高度的变化趋势主要受到水平向地震力系数、边坡坡度和土体内摩擦角的影响。

(3)已开裂裂缝无量纲裂缝深度越大的均质土坡,无量纲的裂缝二次开裂深度越小;反之,则越大。具有相同土性参数和几何参数但已开裂裂缝深度不同的均质土坡,在相同的水平向地震力作用下,两次开裂的深度之和近似相等。

(4)已开裂裂缝位置越大则裂缝二次开裂深度越小;反之,则越大。

参考文献:

- [1] Baum R L, Crone A J, Escobar D, et al. Assessment of landslide hazards resulting from the February 13, 2001, El Salvador earthquake[R]. Reston: US Geological Survey, 2001.
- [2] 姚令侃,冯俊德,杨明.汶川地震路基震害分析及对抗震规范改进的启示[J].西南交通大学学报,2009,44(3):301-311.
Yao L K, Feng J D, Yang M. Damage analysis of subgrade engineering in Wenchuan earthquake and recommendations for improving seismic design code[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2009,44(3):301-311. (in Chinese)
- [3] 卢坤林,朱大勇,杨扬.边坡失稳过程模型试验研究[J].岩土力学,2012,33(3):778-782.
Lu K L, Zhu D Y, Yang Y. Model test study of slope failure progress[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012,33(3):778-782. (in Chinese)
- [4] 邢爱国,吴志坚,陈龙珠,等.汶川地震在甘肃省的次生典型边坡灾害特征[J].西北地震学报,2010,32(1):95-98.
Xing A G, Wu Zh J, Chen L Zh, et al. Characteristics of secondary typical slope disaster in gansu province induced by the Wenchuan Earthquake [J]. Northwestern Seismological Journal, 2010,32(1):95-98. (in Chinese)
- [5] 陈厚群,徐泽平,李敏.汶川大地震和大坝抗震安全[J].水利学报,2008,39(10):1158-1167.
Chen H Q, Xu Z P, Li M. Wenchuan Earthquake and seismic safety of large dams [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2008,39(10):1158-1167. (in Chinese)
- [6] 郑颖人,叶海林,黄润秋.地震边坡破坏机制及其破裂面的分析探讨[J].岩石力学与工程学报,2009,28(8):1714-1723.
Zhen Y R, Ye H L, Huang R Q. Analysis and discussion of failure mechanism and fracture surface of slope under earthquake [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009,28(8):1714-1723. (in Chinese)
- [7] Chen W F, Giger M W, Fang H Y. On the limit analysis of stability of slopes [J]. Soils and Foundations, 1969, 9(4): 23-32.
- [8] Chen W F. Limit analysis and soil plasticity [M]. Rotterdam: Elsevier, 1975.
- [9] Michalowski R L. Limit analysis of quasi-static pyramidal indentation of rock [J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 1985, 22(1): 31-38.

(本文责编:周小潭)