

DOI:10.13409/j.cnki.jdpme.20240828004

基于相场法的高压电脉冲-水力压裂岩体裂缝 扩展规律研究*

饶平平, 王俊瑶, 金 潇, 崔纪飞

(上海理工大学环境与建筑学院, 上海 200093)

摘要: 为研究高压电脉冲-水力压裂岩体裂缝扩展规律,以流体力学、断裂力学、损伤力学为基础,基于相场法,利用数值软件,研究了水压和高压电脉冲联合作用下岩体初始裂缝的演化特征,并对岩体裂缝长度的增长值以及岩体的损伤情况进行了描述。研究结果表明,电压、水压、地应力、注水速率及能量释放率对岩体裂缝长度和岩体的损伤均产生一定影响。具体而言,随着水压和电压的增加,岩体的损伤致裂程度加剧。当地应力从8 MPa减小至6 MPa,初始裂缝增长长度增加了30%,岩体损伤面积增加了10%,且地应力应力差越大,裂缝越偏向最大主应力的方向。水压、电压和地应力对岩体初始裂缝增长量以及岩体损伤面积的影响程度排序为:地应力>电压>水压。研究还发现,随着注水速率和能量释放率的提升,初始裂缝的增长量及岩体的损伤面积均呈现增大的趋势。且当注水速率增加至 $18 \text{ kg}/(\text{m}^3 \cdot \text{s})$ 时,钻孔附近出现多条短小裂缝且初始裂缝增长量较 $16 \text{ kg}/(\text{m}^3 \cdot \text{s})$ 有大幅度提高。当能量释放率 G_c 增加到50 N/m时,岩石的初始裂缝和新生裂缝增长显著,且钻孔周围损伤明显加剧。研究结果可为高压电脉冲-水力压裂岩体中裂缝增长量及岩体损伤量表达提供新思路,并为工程破岩设备参数调整提供参考。

关键词: 高压电脉冲; 水力压裂; 电-流-固耦合; 相场法; 裂缝扩展

中图分类号: TE242 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-2132(2026)02-0325-12

Study on Fracture Propagation in Rock Masses under High-voltage Electric Pulse and Hydraulic Fracturing Based on Phase Field Method

RAO Pingping, WANG Junyao, JIN Xiao, CUI Jifei

(School of Environment and Architecture, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: To investigate the fracture propagation patterns in rock masses subjected to high-voltage electric pulse and hydraulic fracturing, based on fluid mechanics, fracture mechanics, and damage mechanics, this study employed the phase field method and numerical software to investigate the evolution characteristics of initial fractures in rock masses under the combined effects of water pressure and high-voltage electric pulses. Additionally, the increase in fracture length and the damage conditions of the rock mass were described. The results showed that voltage, water pressure, in-situ stress, water injection rate, and energy release rate all exerted certain effects on the fracture length and damage of the rock mass. Specifically, as water pressure and voltage increased, the extent of damage-induced fracturing in the rock mass intensified. When the in-situ stress decreased from 8 MPa to 6 MPa, the

* 收稿日期:2024-08-28;修回日期:2024-11-06

基金项目:国家自然科学基金面上项目(42077435,42377171)资助

作者简介:饶平平(1984—),男,教授,博导,博士。主要从事岩土力学防灾减灾研究。E-mail: raopingping@usst.edu.cn

initial fracture growth length increased by 30%, and the damaged area of the rock mass increased by 10%. Moreover, the greater the in-situ stress difference, the more the fractures deviated toward the direction of the maximum principal stress. The influence of water pressure, voltage, and in-situ stress on the initial fracture growth and damaged area of the rock mass was ranked as follows: in-situ stress > voltage > water pressure. Furthermore, the study found that with the increase of water injection rate and energy release rate, both the growth of initial fractures and the damaged area of the rock mass showed an increasing trend. When the water injection rate was elevated to 18 kg/(m³·s), multiple short fractures emerged in proximity to the borehole, and the initial fracture growth was significantly higher than that at 16 kg/(m³·s). When the energy release rate was elevated to 50 N/m, the initial fractures and new fractures in the rock mass increased significantly, and the damage around the borehole was noticeably aggravated. The research findings can provide novel insights for characterizing fracture growth and rock mass damage in rock masses subjected to high-voltage electric pulse and hydraulic fracturing, and offer a valuable reference for adjusting the parameters of engineering rock-breaking equipment.

Keywords: high-voltage electric pulse; hydraulic fracturing; electric-fluid-solid coupling; phase field method; fracture propagation

0 引言

中国拥有丰富的煤层气资源,煤层气储量位居世界第三。提高煤层气、页岩气等非常规天然气的开采效率,既能缓解国家能源紧张的局面,又能保护环境。但我国煤层气具有渗透率低、抽采效率低、变质程度高、储层压力低等特点,为提高抽采效率,人工造缝是一种有效的措施。常规水力压裂需将高压压裂液注入钻孔中以产生裂纹,但其压裂范围有限,且在水楔效应作用下易产生高应力集中现象,对后期煤矿开采的安全构成威胁^[1]。同时,传统水力压裂方法存在起裂压力大、裂缝扩展困难^[2]、增透效果不佳^[3]、致裂成本高等问题。高压电脉冲水力压裂是对常规水压致裂技术的改良,其产生的脉动冲击波具有极强的力学破坏特性,既能阻止裂缝的闭合,又能促进原有微小裂缝扩展,还能形成新的裂缝并形成相互关联的裂隙网,从而提高煤层气的开采效率。

为进一步掌握高压电脉冲水力压裂技术原理与岩石裂缝扩展规律,国内外学者进行了大量研究。J. A. Cook等^[4]通过对水中放电过程中产生的气泡演变的模拟分析,深入探讨了放电的机理,表明在放电阶段,周围液体会迅速形成一个激波前沿,并以超声波的形式传播,此现象即为水激波。卞德存^[5]通过实验研究了冲击波对煤岩石的致裂规律,得到了高压脉冲放电时的冲击波特性(峰值压

力、波速、机械能转化效率)与放电电压及水介质静压力之间的定性规律。李同林^[6]从弹性力学和材料强度理论出发,对煤层在水压作用下的造缝机理进行了深入研究,认为地应力及其分布以及岩层力学的固有特性是形成裂缝的关键因素。鲍先凯^[7]自主研发了一套水中高压放电加压实验系统,在模拟地应力条件下,以煤体为研究对象开展了系列试验,发现地应力差和冲击波作用时间的增加会促进煤体内新裂纹的产生和原始裂纹的扩展,且裂纹的长度和开裂角度会相应增大。尹志强^[8]依据水中高压脉冲放电的基本理论,在模拟地层压力条件下对煤体进行致裂试验,分析了不同放电电压条件对煤体致裂效果的影响,揭示了煤体在不同液电特性作用下的致裂规律。

近年来,数值模拟因其独特的优势,如无需受限于实验条件、能够完整观测裂纹扩展过程并精确提取相关数据,得到了广大学者的青睐。姚明宇等^[9]通过扫描20组页岩样品构建数字岩心,运用RFPA进行水力压裂的数值模拟试验,得到了各模型的破裂压力和水力裂缝扩展路径。鲍先凯等^[10]借助CT扫描和ABAQUS数值模拟软件计算不同液电参数下的煤岩体损伤变量,进而评估了煤岩体动态损伤和裂纹扩展的形态与演化。研究结果显示:脉冲水激波的峰值压力与放大电压和水压成正比。饶平平等^[11]利用扩展有限元法模拟了高压电脉冲在3 MPa水压下的放电过程,并对岩体裂缝进行了深入分析。其研究表明随着放电电压的增

大,裂缝的最大缝宽、起裂压力均呈现上升趋势,同时裂缝间的干扰能力也得以增强。煤系地层属于典型的层状沉积岩层,而这一特征在传统连续介质模型中未能得到充分的体现。岑子豪等^[12]运用基于岩层运动并行计算系统 StrataKing,探究了在冲击载荷作用下,叠合岩层巷道围岩的应力演化规律。其研究阐明了应力波叠加导致顶板开裂机理,并且总结了冲击载荷幅值的影响规律。A. Ismail 等^[13]探讨了不同数值模拟方法在模拟岩石压裂过程的应用情况,得到了 FRACOD、ANSYS、Peridigm、UDEC、PFC 等软件在水力压裂中的适用性和优缺点。

然而,目前关于裂缝扩展的数值模拟,多是将岩体考虑成均质,忽略了异质性;且需要额外地输入断裂准则才能模拟裂缝的扩展,增大了模型的计算难度。相场模型作为一种新兴的裂缝建模技术,因其在水力压裂中的适用性而备受关注。相场法不需要额外输入断裂准则,就可以模拟裂纹的产生、扩展和分叉等现象,在模拟多场耦合的复杂裂纹扩展与交互方面,相对于其他数值方法具有显著优势^[14]。S. W. Zhou 等^[15]提出了一种新的相场方法来描述应力边界条件下的准静态水力断裂传播,建立了一种考虑初始原位应力场影响的新能量泛函,并利用变分方法实现了位移场和相场的控制方程。刘嘉等^[14]基于多孔弹性理论和能量最小化原理建立水力耦合的相场模型,并采用交错策略的分离式耦合方法进行求解。

基于此,本文在国家自然科学基金资助项目支持下,基于相场法,应用液相放电和多孔弹性理论,考虑岩体的各向异性,构建了电-流-固耦合的相场模型。随后,提出一种用相场 ϕ 值表征裂缝的扩展长度以及岩石损伤情况的方法,并研究电压、水压、地应力、注水速率及能量释放率对岩体裂缝长度以及岩体损伤的影响。研究结果可为工程设备参数选取和岩体动态损伤机理研究提供参考借鉴。

1 高压电脉冲-水力压裂冲击破岩机理

1.1 相场原理

相场法通过引入标量场 $\phi \in [0, 1]$ 来表示裂缝状态。当 $\phi = 0$ 时,表示此处完好未破坏,而当 $\phi =$

1 时,表示此处发生断裂。这种方法与连续损伤理论相似,因此可以将相场 ϕ 值的大小看作材料损伤值的大小,在宏观意义上描述裂缝的扩展过程。相场模型并没有将裂缝描述为物理上的不连续点,而是平滑地将完整的材料过渡到破碎的材料上。并且裂纹的形状和扩展取决于相场的演化方程,因此不需要额外的工作来处理断裂面的问题。这使得相场法在模拟任意二维和三维几何模型中的复杂裂缝问题(如:多裂缝和裂缝的分支合并)比离散断裂模型具有更大的优势。

裂缝表面能是由弹性能转化而来的^[16],因此相场法的关键特征是相场的演化发展是由弹性能驱动的。本文遵循各向异性的相场模型^[17],将弹性能分为压缩和拉伸两部分^[18],而弹性能的分解是基于弹性应变的分解,因此将应变张量分为压缩和拉伸两部分^[19]:

$$\boldsymbol{\epsilon}^{\pm} = \sum_{a=1}^d \langle \boldsymbol{\epsilon}_a \rangle^{\pm} \mathbf{n}_a \otimes \mathbf{n}_a \quad (1)$$

式中, $\boldsymbol{\epsilon}^+$ 为拉伸应变; $\boldsymbol{\epsilon}^-$ 为压缩应变; $\boldsymbol{\epsilon}_a$ 为主应变; \mathbf{n}_a 表示主应变的方向; $\langle \boldsymbol{\epsilon}_a \rangle^{\pm} = (\boldsymbol{\epsilon}_a \pm |\boldsymbol{\epsilon}_a|)/2$ 。

利用分解后的应变张量,弹性能量密度表示如下:

$$\varphi_{\epsilon}^{\pm}(\boldsymbol{\epsilon}) = \frac{\lambda}{2} \langle \text{tr}(\boldsymbol{\epsilon}) \rangle_{\pm}^2 + \mu \text{tr}(\boldsymbol{\epsilon}_{\pm}^2) \quad (2)$$

假设弹性能密度的压缩部分不影响裂缝的传播,只考虑弹性能密度的拉伸部分受到相场的影响,因此弹性能密度改写为^[20]:

$$\varphi_{\epsilon}(\boldsymbol{\epsilon}) = g(\phi) \varphi_{\epsilon}^+(\boldsymbol{\epsilon}) + \varphi_{\epsilon}^-(\boldsymbol{\epsilon}) \quad (3)$$

式中, $g(\phi) = (1-k)(1-\phi)^2 + k$ 为刚度退化函数, k 是当 $\phi \rightarrow 1$ 时,为了防止拉伸弹性能消失后模型出现奇点而设置的模型参数,本模型取 $k = 10^{-9}$ 。

1.2 水中高压脉冲放电模型

水中高压脉冲放电过程分为三个阶段:首先是击穿阶段,随后是关键的主放电阶段,最后是气泡脉动阶段。本文的核心研究聚焦于该放电过程中的第二阶段,即主放电阶段。在这一阶段,放电通道内部压力急剧增加,并快速向外扩展,导致周围的液体以水激波的形式迅速传播,作用至钻孔表面,进而穿透固液接触面,深入岩体内部,导致岩体结构应力场发生改变,进而造成结构损伤扰动形成缺陷^[21]。图1展示了典型的激波超压时程曲线, P_m 为激波峰值压力,是岩体产生裂纹的重要影响因素。

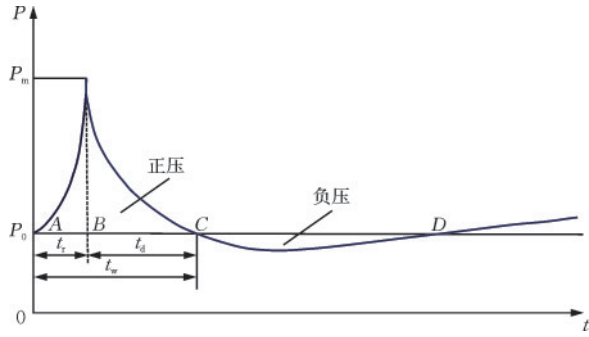


图1 典型激波超压时程曲线

Fig.1 Time-history curve of typical shock wave overpressure

根据津格尔曼的理论可得水击波的波前最大压力与放电能量的关系为:

$$P_m = \beta \sqrt{\frac{\rho_0 E}{\tau T}} \quad (4)$$

式中, P_m 是冲击波的波前最大压力; β 是无因次的复杂积分函数; ρ_0 是液体的密度; T 是脉冲能量持续时间; τ 是波前时间; E 是放电通道单位长度的脉冲总能量, 可通过式(5)求得。

$$E = \frac{E_{sp}}{d} \quad (5)$$

式中, E_{sp} 是放电通道内考虑电容残余能量后的放电总能量, 可通过式(6)求得; d 是放电通道的长度。

$$E_{sp} = \eta W_{st} = \eta \frac{1}{2} CU^2 \quad (6)$$

式中, η 是电能的转化效率; C 是贮能电容器的电容容量; U 是贮能电容器的放电电压。

1.3 力学场模型

在水压和电压的共同作用下, 岩体除了受到地应力的同时还受到了孔隙和裂隙中的水压:

$$S_{ext} = -\alpha_B (p_A - p_{ref}) \mathbf{I} \quad (7)$$

式中, S_{ext} 表示岩体受到的外部应力张量; p_{ref} 表示参考压力水平, 本模型取 1atm; p_A 表示绝对压力; $p_A - p_{ref}$ 为孔隙压力; α_B 为 Biot-Willis 系数; \mathbf{I} 为单位矩阵。

水激波压力作用在钻孔上, 满足以下方程式:

$$\mathbf{S} \cdot \mathbf{n} = F_A \quad (8)$$

$$F_A = -pn \quad (9)$$

式中, \mathbf{S} 表示应力张量; \mathbf{n} 为作用面的外法线方向; F_A 为绝对压力; p 为水激波压力。

在各个力的作用下, 岩体会发生形变, 由形变产生的应力大小为:

$$\epsilon = \frac{1}{2} [(\nabla \mathbf{u})^T + \nabla \mathbf{u}] \quad (10)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}(\mathbf{D}) \quad (11)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}:\boldsymbol{\epsilon} \quad (12)$$

式中, ϵ 为应变; \mathbf{u} 为位移场变量; \mathbf{C} 为受 \mathbf{D} 控制的弹性矩阵; \mathbf{D} 表示各向异性的弹性矩阵, 具体设置见文献[22]; $\boldsymbol{\sigma}$ 为应力。

1.4 流体场模型

流体流动, 在基质和裂隙中均产生压力。本文用达西定律模拟流体流动, 将 S.W.Zhou 等^[23] 的质量守恒方程应用于整个计算域:

$$\rho S \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = q_m - \rho \alpha \chi_r \frac{\partial \epsilon_{vol}}{\partial t} \quad (13)$$

式中, ρ 表示流体密度; S 是储水系数^[23]; p 是流体压力; \mathbf{v} 是达西速度; q_m 是流体源项; α 是比奥系数; χ_r 是与岩体基质有关的函数; ϵ_{vol} 是体积应变。

$$S = \epsilon_p c + \frac{(\alpha - \epsilon_p)(1 - \alpha)}{K_{Vr}} \quad (14)$$

式中, ϵ_p 是孔隙率; c 是流体压缩系数; K_{Vr} 是体积模量。

$$\mathbf{v} = -\frac{K_{eff}}{\mu_{eff}} \nabla p \quad (15)$$

式中, K_{eff} 是渗透率; μ_{eff} 是流体的动力黏度。

在以上表达式中, 流体密度 ρ 、比奥系数 α 、流体压缩系数 c 、渗透率 K_{eff} 、流体的动力黏度 μ_{eff} 均与岩体基质和裂缝内的相应性质有关, 具体见文献[24]。

2 数学物理模型

2.1 几何设置

本文利用多物理场有限元模型实现对电-流-固多场耦合的数值模拟, 模拟岩体在高压电脉冲-水力压裂作用下的裂纹扩展过程。模型尺寸大小为 300 mm × 300 mm, 其中模型正中心处设有一半径为 13 mm 的钻孔。在钻孔右上角预设一条径向裂缝, 以模拟单条裂缝压裂扩展情况, 裂纹长度为 22 mm, 宽度为 2 mm。如图 2 所示, 模型四周施加 $\sigma_x = \sigma_y = 8.41$ MPa 的力用来模拟地应力的大小且四周压力水头为 0 m。水激波峰值压力和后续注水 (质量源 $q_F = 10$ kg/(m³·s)) 均作用于钻孔表面。本模型的参数见表 1。

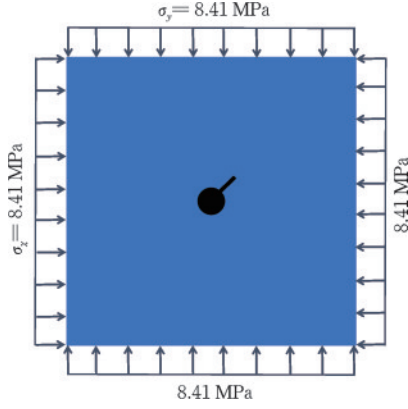


图2 计算模型示意

Fig.2 Schematic diagram of calculation model

表1 数值模型参数

Table 1 Numerical model parameters

类别	参数	数值	单位
岩体	孔隙率	0.1	
	泊松比	0.3	
	弹性模量	11.1	GPa
	密度	1 515	kg/m ³
	临界能量释放率	40	N/m
	基质渗透率	1 × 10 ⁻¹⁸	m ²
	裂隙渗透率	1 × 10 ⁻¹⁴	m ²
流体	密度	1 000	kg/m ³
	动力黏度	0.001	Pa·s

2.2 网格和求解器设置

为了精确模拟裂缝扩展路径及提高模型计算的收敛性,本模型采用自由三角形网格在区域内进行划分,规定区域内最大网格尺寸为钻孔半径的一半即6.5 mm,并对钻孔及裂缝扩展区域进行了网格细化处理。本研究采用隐式求解器广义 α 方法对相场法的物理量进行离散化处理以保证模拟过程中数值的稳定性,具体的计算步骤见2.3。其中由于位移离散方程具有高度非线性,采用牛顿-拉夫逊方法(下文简称N-R)进行迭代,最大迭代次数设置为50次。为了保证数值的稳定和收敛,初始时间步长 $\Delta t = 0.005$ s。通过后向欧拉法来采用较小的时步,从而协调不一致的初始值。其中初始步长分数为0.001,安全系数为20。

2.3 模型求解步骤

本模型采用多孔弹性理论耦合位移场 \mathbf{u} 和流体压力场 p ^[14],满足以下关系式:

$$0 = \nabla \cdot (\mathbf{S} + \mathbf{S}_{\text{ext}}) + \mathbf{F}_v \quad (16)$$

$$\mathbf{S}_{\text{ext}} = -\alpha_B (p_A - p_{\text{ref}}) \mathbf{I} \quad (17)$$

$$\rho S_p \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = Q_m \quad (18)$$

$$\mathbf{v} = -\frac{\kappa}{\mu} \nabla p \quad (19)$$

$$\rho = \rho(p_A) \quad (20)$$

式中, \mathbf{S} 表示岩体边界受到的应力张量; \mathbf{S}_{ext} 表示岩体内部受到的外部应力张量; \mathbf{F}_v 为体积力; p_{ref} 表示参考压力水平,本模型取1 atm; p_A 表示绝对压力; $p_A - p_{\text{ref}}$ 为孔隙压力; α_B 为Biot-Willis系数; \mathbf{I} 为单位矩阵; ρ 表示流体密度; S_p 为储水系数; p 是流体压力; \mathbf{v} 是达西速度; Q_m 表示质量源; κ 为渗透率; μ 为动力黏度。

求出 $(\mathbf{u}, p)_i^{j+1}$ 后,可得到应变 ϵ ,代入方程(21)

可得当前步时的历史场 H_i^{j+1} ^[15]:

$$H(\mathbf{x}, t) = \max_{s \in [0, t]} [\varphi_\epsilon^+(\epsilon(\mathbf{x}, s)) + \sigma_0 : \epsilon(\mathbf{x}, s)], \quad (21)$$

in $\Omega \times (0, T]$

然后代入相场控制方程^[15](22),可得到当前步时的相场 ϕ_i^{j+1} :

$$\left[\frac{2l_0(1-k)(\varphi_\epsilon^+ + \sigma_{0ij}\epsilon_{ij})}{G_c} + 1 \right] \phi - l_0^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_i^2} = \frac{2l_0(1-k)(\varphi_\epsilon^+ + \sigma_{0ij}\epsilon_{ij})}{G_c}, \quad \text{in } \Omega \times (0, T] \quad (22)$$

如果以上结果满足模型容差的设置,则进行下一步时的计算。此外,模型还采用了有限差分方法进行时间离散化^[25]:

$$T(t - \Delta t) = T(t) - \frac{\partial T(t)}{\partial t} \Delta t + \frac{\partial^2 T(t)}{\partial t^2} \frac{\Delta t^2}{2!} + \dots \quad (23)$$

整理可得函数 T 的一阶导数表达式:

$$\frac{\partial T(t)}{\partial t} = \frac{T(t) - T(t - \Delta t)}{\Delta t} + \frac{\partial^2 T(t)}{\partial t^2} \frac{\Delta t}{2!} + \dots \quad (24)$$

将式(24)中 T 替换为 $(\rho\phi)$ 代入下式:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} V_C + L(\phi'_C) = 0 \quad (25)$$

离散方程变为:

$$\frac{(\rho_C \phi_C)^t - (\rho_C \phi_C)^{t-\Delta t}}{\Delta t} V_C + L(\phi'_C) = 0 \quad (26)$$

瞬态标量方程的完整代数形式为:

$$(a'_C + a_C) \phi_C + \sum a_F \phi_F = b_C + a'_C \phi'_C \quad (27)$$

其中,

$$\dot{a}_c = \frac{\rho_c V_c}{\Delta t} \quad (28)$$

$$\dot{a}_c = \frac{\rho_c V_c}{\Delta t} \quad (29)$$

为简化表示,上式中涉及前一时间步长的值用上标 \circ 来表示,当前时间步长的非稳态项系数用上标 \cdot 表示。 ϕ_F 认为是 ϕ_c 在空间上的相邻值, ϕ_c^\cdot 认为是 ϕ_c 在时间上的相邻值。

同时模型满足以下三个边界条件:

$$\begin{cases} \mathbf{u} = \tilde{\mathbf{u}} & \text{on } \partial\Omega^u \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{S} & \text{on } \partial\Omega^s \end{cases} \quad (30)$$

$$\begin{cases} p = \tilde{p} & \text{on } \partial\Omega^p \\ \left(-\frac{K_{\text{eff}}}{\mu_{\text{eff}}} \nabla p \right) \cdot \mathbf{n} = q & \text{on } \partial\Omega^q \end{cases} \quad (31)$$

$$\begin{cases} \phi = 1 & \text{on } \Gamma \\ \nabla \phi \cdot \mathbf{n} = 0 & \text{on } \partial\Omega \end{cases} \quad (32)$$

式中, $\tilde{\mathbf{u}}$ 为位移边界 $\partial\Omega^u$ 上的固定位移; \mathbf{S} 为应力边界 $\partial\Omega^s$ 上加载的应力张量; \tilde{p} 为压力边界 $\partial\Omega^p$ 上加载的压力; q 为流量边界 $\partial\Omega^q$ 上加载的流量; Γ 表示裂缝; $\partial\Omega$ 表示整个计算域的边界。

模型计算步骤可用流程图表示,如图3所示。

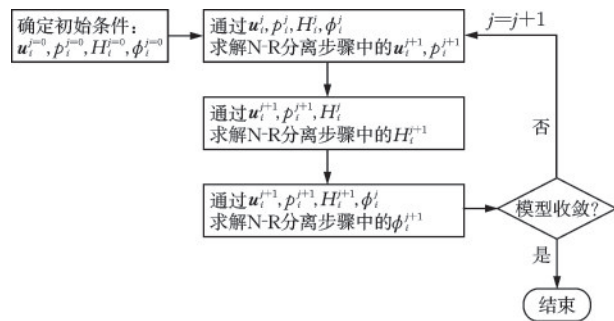


图3 计算步骤

Fig.3 Calculation steps

2.4 模型验证与讨论

文献[10]为了研究水中高压电脉冲激波脉动荷载特性及其作用下的煤岩体动态损伤特征,进行了数值模拟与室内试验,结果表明,随着水压和放电电压的增加,岩体的损伤致裂程度加剧。针对文献[10]的模拟与试验,利用本文建立的模型,开展了水下1、2、3 MPa和放电9、11、13 kV九种组合方式下的数值模拟,在几何模型中预设了位于钻孔右上角的初始裂缝,在四周均布着同样大小的地应力

的影响下,初始裂缝沿着原来的方向扩展,随后初始裂缝的正对面位置形成一条新生裂缝。此外,在初始裂缝的扩展路径上,对满足 $\phi \geq 0.1$ 的线段进行积分,得到初始裂缝的增长长度,积分表达式如式(33)所示:

$$L = \int_L (\phi \geq 0.1) ds \quad (33)$$

对九种组合的情况进行了计算并与文献[10]的数值解进行对比,如图4所示。可以看出,计算所得初始裂缝增长长度与文献[10]结果较为吻合,最大误差为5.56%。造成误差的原因可能与岩体参数设置、求解软件间的差异以及网格划分有关。且在各种情况下,本文预制的初始裂缝的扩展路径与文献[10]一致,并随着电压和水压增加,初始裂缝的增长长度和岩石损伤面积也增加。综合来看,本文数值模型的模拟结果与文献[10]具有很好的一致性,且本文除了能提取各个时刻岩体的各类参数,还能得到各类参数的时程图,可更好地对比出不同时刻下,各类参数对破岩的影响,说明了采用相场法模拟高压电脉冲-水力压裂下岩体裂缝扩展具有较高的适用性。

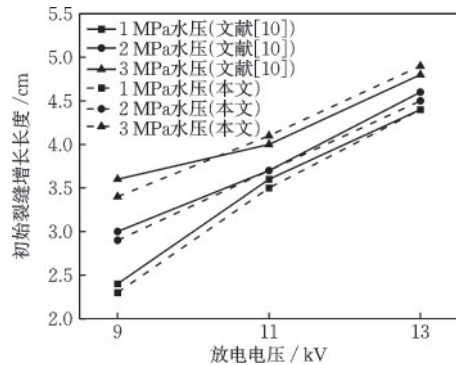


图4 本文模型与文献[10]初始裂缝增长长度结果对比

Fig.4 Comparison of initial fracture growth length between proposed model and results from reference [10]

3 结果分析

3.1 电-流-固耦合作用下岩体裂缝扩展过程

图5显示的是在1 MPa水压和9 kV电压共同作用200 μ s条件下的岩体裂缝扩展示意,可见钻孔和初始裂缝周围均出现了损伤。图6是岩体位移变化,可以看出随着时间的增长,岩体发生位移的区域在逐渐扩大,且位移由钻孔向四周逐渐减小。本

文提出用相场 ϕ 值的大小来表征初始裂缝的增长情况以及岩体的损伤程度,积分表达式见式(34)、(35)。统计了 $0 \sim 200 \mu\text{s}$ 相场 $\phi > 0.01$ 岩体初始裂缝扩展方向的长度以及整个岩体区域内的面积以得到初始裂缝的增长长度和岩体的损伤情况(含钻孔),如图7所示。

$$L = \int_L (\phi > 0.01) ds \quad (34)$$

$$S = \iint_S (\phi > 0.01) dS \quad (35)$$

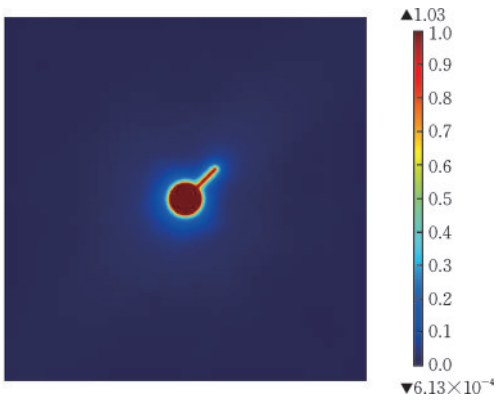


图5 $t = 200 \mu\text{s}$ 初始裂缝扩展情况

Fig.5 Initial fracture propagation at $t = 200 \mu\text{s}$

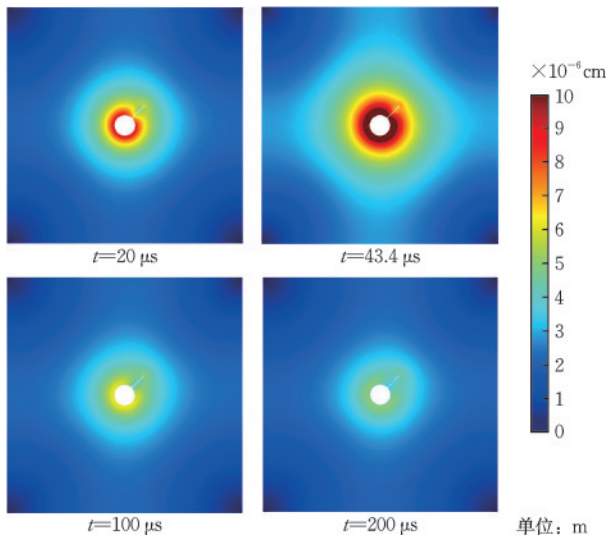
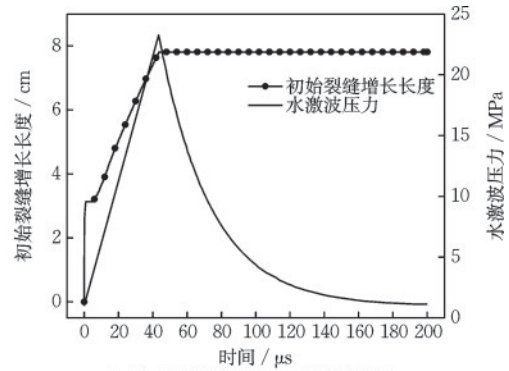


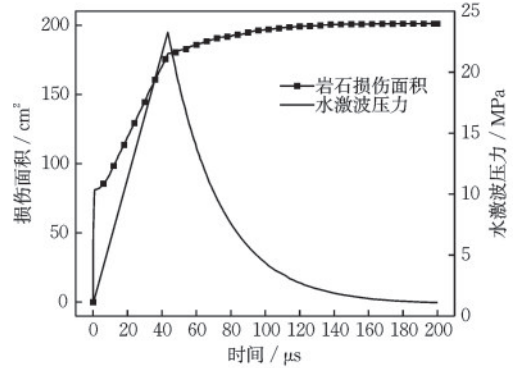
图6 $0 \sim 200 \mu\text{s}$ 岩体位移大小

Fig.6 Rock mass displacement from 0 to $200 \mu\text{s}$

图7(a)给出了水激波压力与初始裂缝增长长度时程曲线,在 $t = 43.446 \mu\text{s}$ 时,水激波压力达到峰值。当刚开始施加水激波压力时,初始裂缝得到了迅速增长,并一直保持增长状态直至 $t = 43.6 \mu\text{s}$ 达到峰值,这与水激波压力达到峰值时间相近。之后



(a) 初始裂缝增长长度及水激波压力



(b) 岩石损伤面积及水激波压力

图7 $0 \sim 200 \mu\text{s}$ 岩体情况及水激波压力 ($\phi > 0.01$)

Fig.7 Rock mass conditions and water shock wave pressure in 0 to $200 \mu\text{s}$ ($\phi > 0.01$)

随着水激波压力衰减,初始裂缝扩展压力不足,保持裂缝增长值 7.8117 cm 不变直至 $200 \mu\text{s}$ 。从图7(b)可知,当开始施加水激波压力时,岩体迅速被破坏,并快速增长直至 $t = 43.6 \mu\text{s}$,与初始裂缝增长值达到最大值时间相同。之后随着水激波压力衰减,岩体损伤面积增长速率逐渐减慢,但保持增长至 $200 \mu\text{s}$ 。图8展示了初始裂缝增长长度及岩体损伤面积图线对比,可以观察到两条图线的拐点及

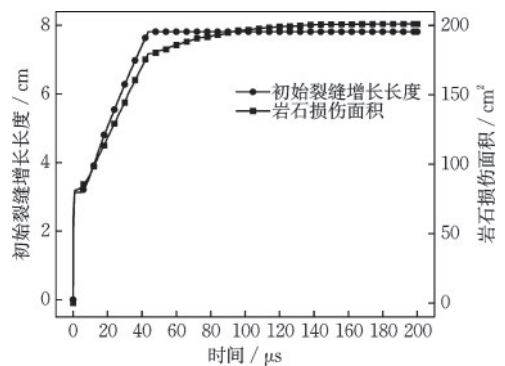


图8 $0 \sim 200 \mu\text{s}$ 初始裂缝增长长度及岩石损伤面积 ($\phi > 0.01$)

Fig.8 Initial fracture growth length and rock mass damage area in 0 to $200 \mu\text{s}$ ($\phi > 0.01$)

增长速率一致,可见在有初始裂缝的钻孔水力压裂-高压电脉冲破岩中,岩体损伤表现激波压力作用下初始裂缝的扩展。43.6 μs 至200 μs 这段时间内初始裂缝保持长度不变而岩体损伤面积缓慢增长,这是因为水激波压力从幅值衰减,初始裂缝扩展压力不足,但水激波压力对钻孔附近造成损伤,岩体损伤面积缓慢增长。

200 μs 后随着钻孔内水流的注入,初始裂缝及孔周继续扩展,直至 $t=4.2\text{ s}$ 时,钻孔附近压力达到最大值 $1.68 \times 10^8\text{ Pa}$,在巨大的压力和注水影响下,4.4 s时钻孔处出现了一条新的裂缝,位于初始裂缝的对面位置,如图9(a)所示。随着新的裂缝的产生,岩体最大压力随着时间缓慢下降,新产生的裂缝及初始裂缝得以继续扩展,图9(b)是岩体 $t=10\text{ s}$ 的裂缝扩展情况。可以看到新生裂缝并不是严格沿着初始裂缝的方向发展,这是因为在水激波压力的作用下,岩体产生不均匀位移,这直接导致了新生裂缝的偏移。这与文献[26-28]所得结论一致。

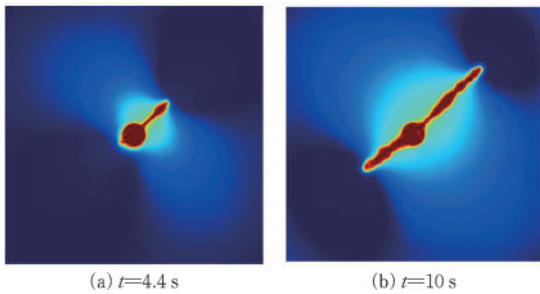


图9 不同时刻下岩体裂缝扩展

Fig.9 Rock mass fracture propagation maps at different times

3.2 水压和电压对岩体损伤的影响

图10所示为0~10 s岩体初始裂缝增长长度变化,可见0 s附近初始裂缝的长度有所激增,这是由于0~200 μs 水激波压力的作用。后续随着水流的注入,初始裂缝经历了保持不变、缓慢增长、快速增长三个阶段,时间节点分别位于 $t=2\text{ s}$ 、 $t=4.4\text{ s}$ 附近。图10中两条曲线增长趋势基本一致,这进一步验证了在有初始裂缝的钻孔水力压裂-高压电脉冲破岩中,岩体损伤表现激波压力作用下初始裂缝的扩展。

此外,整理各种情况下的数据发现:不同电压下的初始裂缝增长长度曲线和不同水压下的初始裂缝增长长度曲线在图线拐点及形态上具有很好的一致性,这说明了在水下脉冲放电过程中,增大

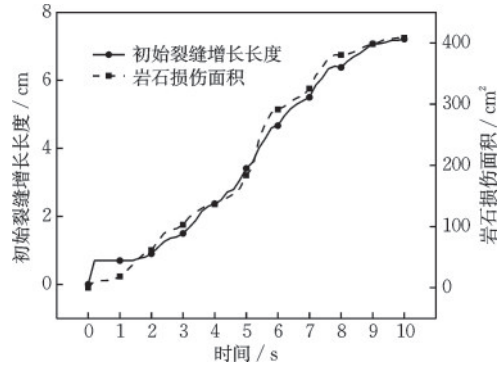


图10 0~10 s岩体初始裂缝增长长度及岩石损伤面积
Fig.10 Rock mass initial fracture growth length and rock mass damage area in 0 to 10 s

电压与水压对岩体初始裂缝扩展的影响呈现相似的趋势。

整理图11和图12计算数据可知,随着水压从1 MPa增加到3 MPa,初始裂缝增长长度增加了9%,岩体的损伤面积增加了15%。随着电压从9 kV增加到13 kV,初始裂缝增长长度增加了19%,岩体的损伤面积增加了19%。

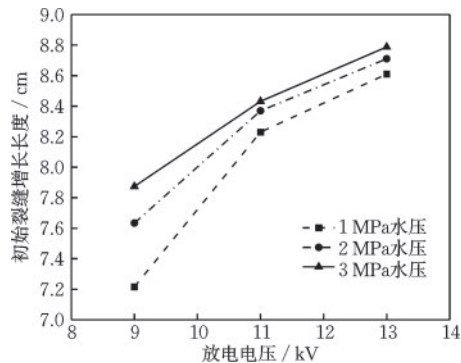


图11 不同电压、水压下的初始裂缝增长长度
Fig.11 Initial fracture growth lengths under different voltages and water pressures

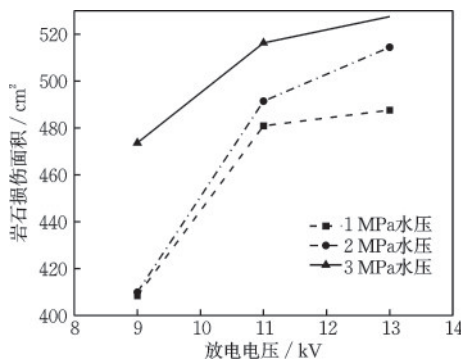


图12 不同电压、水压下的岩石损伤面积
Fig.12 Rock mass damage areas under different voltages and water pressures

3.3 地应力对岩体损伤的影响

研究表明,初始地应力会对围岩压力造成影响,从而造成岩石的损伤^[29-31]。本文保持 $\sigma_x=8\text{ MPa}$ 不变,将 σ_y 与 σ_x 的比值依次设置为0.75、1、1.25、1.5,以分析应力比对裂缝扩展的影响。采用本文提出的模型,计算 $t=10\text{ s}$ 时的裂缝扩展路径如图13所示。可以观察到,对于 $\sigma_y/\sigma_x < 1$,初始裂缝及新生裂缝均向着最大主应力 σ_x 的方向扩展;对于 $\sigma_y/\sigma_x = 1$,初始裂缝及新生裂缝均朝着初始裂缝的原方向扩展;对于 $\sigma_y/\sigma_x > 1$,裂缝开始偏向 σ_y 的方向扩展,且应力比越大,裂缝偏向 σ_y 方向的趋势越明显。这与文献[11]和文献[32]研究结果吻合,验证了主应力差越大,裂缝朝最大主应力延伸的方向性越明显这一规律。

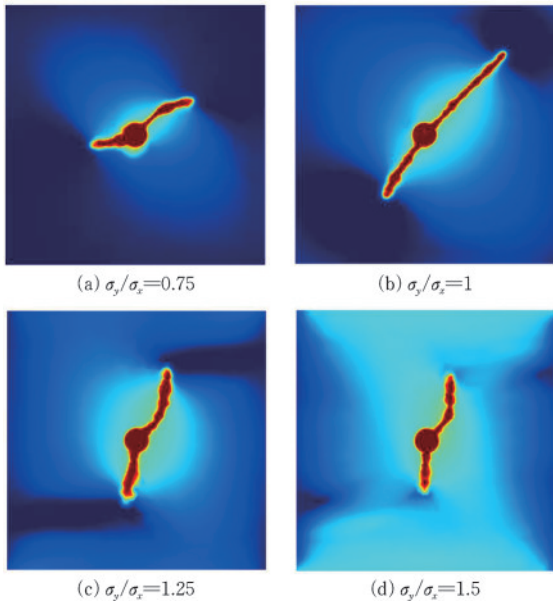


图13 不同地应力条件下 $t=10\text{ s}$ 裂缝扩展情况

Fig.13 Fracture propagation at $t=10\text{ s}$ under different in-situ stress conditions

为了更直观地研究地应力对裂缝扩展的影响,提取了 $t=10\text{ s}$ 时地应力均为 8 MPa 和地应力均为 6 MPa 的相关数据,发现随着地应力的减小,初始裂缝增长长度由 10.144 cm 增加到 13.174 cm ,增长率为 30% ,岩体损伤面积由 496.44 cm^2 增长到 544.07 cm^2 ,增长率为 10% 。说明在高压电脉冲-水力压裂岩体过程中,初始裂缝增长长度与岩体损伤面积均随着地应力的减小而增大。对比上文增加电压和水压的增缝效果,可以得出地应力是控制裂缝扩展的主要因素,减小地应力可以显著促进裂缝的扩展。

3.4 注水速率对岩体损伤的影响

本文模拟了不同注水速率下岩体裂缝扩展情况,得到 $t=10\text{ s}$ 时初始裂缝的增长长度和岩体的损伤面积如图14所示。可以看到:当注水速率 $q_F=2\text{ kg}/(\text{m}^3\cdot\text{s})$ 时,初始裂缝基本不扩展,增长量为 0.76 cm 。当注水速率提高至 $4\text{ kg}/(\text{m}^3\cdot\text{s})$ 时,裂缝得到了迅速扩展,增长量为 3.9 cm ,岩体受到的损伤也大大加剧。这是因为当注水速率增加时,单位时间内向孔内注射的水量增加,孔内的压力也因此增大,初始裂缝获得了足够的能量,得以不断向前扩展。并且随着水流的流动,岩体内部压力分布差异大,伴随着水激波压力的影响进一步导致了损伤的加剧。

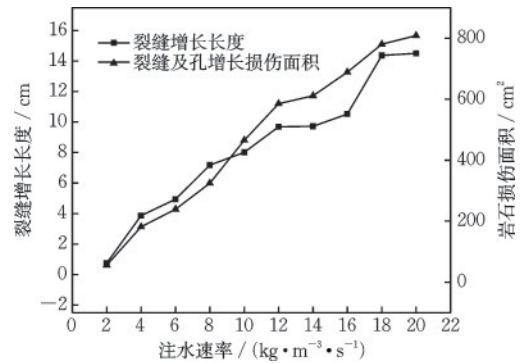


图14 不同注水速率下 $t=10\text{ s}$ 岩体情况

Fig.14 Rock mass conditions at $t=10\text{ s}$ under different injection rates

从图14中可以看出,随着注水速率增加,初始裂缝增长量以及岩体损伤面积均增加。当注水速率增加至 $18\text{ kg}/(\text{m}^3\cdot\text{s})$ 时,钻孔附近出现多条短小裂缝且初始裂缝增长量较 $16\text{ kg}/(\text{m}^3\cdot\text{s})$ 有大幅度提高。之后随着注水速率增加,孔内压力更倾向于促进孔周新生短小裂缝的扩展,导致初始裂缝增长量以及岩体损伤面积的增长速度逐渐放缓。

3.5 能量释放率对岩体损伤的影响

岩石的相关性质在高压电脉冲-水力压裂破岩过程中起着至关重要的作用,它们直接影响着破岩的效果和效率。为研究岩石的能量释放率在高压电脉冲-水力压裂岩体裂缝的发展中发挥的作用,本文模拟了 2 MPa 水压- 11 kV 电压下,不同能量释放率下的破岩情况,得到 $t=12\text{ s}$ 的裂缝扩展如图15所示。从图15中可以看出,随着能量释放率 G_e 从

35 N/m 增加到 50 N/m, 岩石的初始裂缝、新生裂缝长度增长显著, 且当 $G_c = 50$ N/m 时, 钻孔周围的损伤明显加剧。这是因为随着能量释放率的增大, 裂纹向前扩展一个单位长度时, 岩体每单位厚度所释放出来的能量变大, 裂缝及钻孔受到的扩展动力增大, 岩体损伤也因此变大。

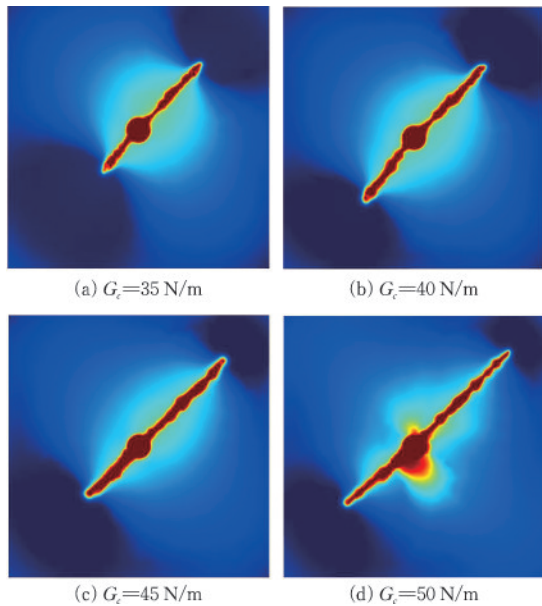


图 15 不同能量释放率下 $t = 12$ s 岩体情况

Fig. 15 Rock mass conditions at $t = 12$ s under different energy release rates

4 结 论

本文利用有限元数值模型模拟高压电脉冲-水力压裂岩体过程, 研究了水压、电压、地应力、注水速率以及能量释放率对破岩的影响, 并应用相场法的理论描述裂缝的扩展长度以及岩体的损伤面积。主要得到以下结论:

(1) 相较于改变水压, 改变放电电压更利于初始裂缝的扩展, 提高岩体的损伤效果。放电电压增加 44%, 初始裂缝增长量增加 19%, 岩体损伤面积增加 19%。而水压增加 100%, 初始裂缝增长量增加 6%, 岩体损伤面积几乎不变。

(2) 相较于改变水压和电压, 改变地应力在促进裂缝增长以及提高岩体损伤程度方面展现出更为显著的效果。地应力减小 25%, 裂缝增长量增加 30%, 岩体受损伤面积增加 10%。并且改变地应力中 σ_y 与 σ_x 的大小, 裂缝的扩展会朝最大主应力方向偏转, 主应力差越大, 偏转效果越明显。

(3) 注水速率和能量释放率也会对破岩过程产生影响。随着注水速率和能量释放率的逐步提升, 初始裂缝的增长量以及岩体的损伤面积均呈现增加趋势。

高压电脉冲水力压裂过程涉及电、热、力、流等多物理场的耦合作用。未来的研究可以进一步完善多物理场耦合模型, 更准确地描述电脉冲对岩石内部应力场、温度场以及流体流动的影响。

参考文献:

- [1] Huang B X, Liu C Y, Fu J H, et al. Hydraulic fracturing after water pressure control blasting for increased fracturing[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2011, 48(6): 976-983.
- [2] Su X B, Li F, Su L N, et al. The experimental study on integrated hydraulic fracturing of coal measures gas reservoirs[J]. Fuel, 2020, 270: 117527.
- [3] 李全贵. 脉动载荷下煤体裂隙演化规律及其在瓦斯抽采中的应用研究[D]. 徐州: 中国矿业大学, 2015.
Li Q G. Research on the evolution law of coal fracture under pulse loading and its application on gas extraction [D]. Xuzhou: China University of Mining and Technology, 2015.(in Chinese)
- [4] Cook J A, Gleeson A M, Roberts R M. A spark-generated bubble model with semi-empirical mass transport [J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1997, 101(4): 1908-1920.
- [5] 卞德存. 静水压下脉冲放电冲击波特性及其岩体致裂研究[D]. 太原: 太原理工大学, 2018.
Bian D C. Research on the shock wave characteristics of pulsed discharge under hydrostatic pressure and its fracturing effect on rock mass [D]. Taiyuan: Taiyuan University of Technology, 2018.(in Chinese)
- [6] 李同林. 煤岩层水力压裂造缝机理分析[J]. 天然气工业, 1997(4): 62-65, 7.
Li T L. Analysis of coalbed hydraulic fracturing mechanism [J]. Natural Gas Industry, 1997(4): 62-65, 7.(in Chinese)
- [7] 鲍先凯. 高压电脉冲水压压裂煤体机理及实验研究 [D]. 太原: 太原理工大学, 2018.
Bao X K. The study on mechanism and experiment of hydraulic fracturing coal in high voltage electric pulse [D]. Taiyuan: Taiyuan University of Technology, 2018.(in Chinese)
- [8] 尹志强. 水中高压脉冲放电的液电特性及煤体致裂效果研究[D]. 太原: 太原理工大学, 2016.

- Yin Z Q. Research on the electro-hydraulic and coal crack effect of underwater high voltage discharge [D]. Taiyuan: Taiyuan University of Technology, 2016. (in Chinese)
- [9] 姚明宇, 李天娇, 丛文雨, 等. 页岩数字岩心重构与水力压裂数值试验[J]. 工程科学学报, 2024, 46(3): 556-566.
- Yao M Y, Li T J, Cong W Y, et al. Reconstruction of the shale digital core and numerical test of hydraulic fracturing[J]. Chinese Journal of Engineering, 2024, 46(3): 556-566. (in Chinese)
- [10] 鲍先凯, 姜斌, 张武, 等. 激波脉动荷载作用下煤岩体动态损伤特征[J]. 煤炭科学技术, 2024, 52(12): 204-223.
- Bao X K, Jiang B, Zhang W, et al. Dynamic damage characteristics of coal and rock mass under shock wave pulsating load [J]. Coal Science and Technology, 2024, 52(12): 204-223. (in Chinese)
- [11] 饶平平, 宁肯, 崔纪飞. 高压电脉冲-水力压裂耦合过程中岩体缝间扰动规律研究[J]. 地质科技通报, 2025, 44(1): 90-100.
- Rao P P, Ning K, Cui J F. Disturbance law between rock fractures in the coupling process of high voltage electric pulse and hydraulic fracturing [J]. Bulletin of Geological Science and Technology, 2025, 44(1): 90-100. (in Chinese)
- [12] 岑子豪, 王学滨, 薛承宇, 等. 冲击载荷下叠合岩层巷道围岩的应力演化数值模拟研究: 基于岩层运动并行计算系统 StrataKing[J]. 防灾减灾工程学报, 2024, 44(1): 59-67.
- Cen Z H, Wang X B, Xue C Y, et al. Numerical simulation on stress evolution of surrounding rock around a roadway in composite strata under impact load based on parallel computing system for strata motion [J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2024, 44(1): 59-67. (in Chinese)
- [13] Ismail A, Azadbakht S. A comprehensive review of numerical simulation methods for hydraulic fracturing [J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2024, 48(5): 1433-1459.
- [14] 刘嘉, 薛熠, 高峰, 等. 层理页岩水力裂缝扩展规律的相场法研究[J]. 岩土工程学报, 2022, 44(3): 464-473.
- Liu J, Xue Y, Gao F, et al. Propagation of hydraulic fractures in bedded shale based on phase-field method [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2022, 44(3): 464-473. (in Chinese)
- [15] Zhou S W, Zhuang X Y, Rabczuk T. Phase field method for quasi-static hydro-fracture in porous media under stress boundary condition considering the effect of initial stress field [J]. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2020, 107: 102523.
- [16] Francfort G A, Marigo J J. Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1998, 46(8): 1319-1342.
- [17] Miehe C, Hofacker M, Welschinger F. A phase field model for rate-independent crack propagation: Robust algorithmic implementation based on operator splits [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2010, 199(45-48): 2765-2778.
- [18] Bourdin B, Francfort G A, Marigo J J. The variational approach to fracture [J]. Journal of Elasticity, 2008, 91(1-3): 5-148.
- [19] Miehe C, Hofacker M, Welschinger F. A phase field model for rate-independent crack propagation: Robust algorithmic implementation based on operator splits [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2010, 199(45/46/47/48): 2765-2778.
- [20] Borden M J, Verhoosel C V, Scott M A, et al. A phase-field description of dynamic brittle fracture [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2012, 217-220: 77-95.
- [21] Bao X K, Guo J Y, Liu Y, et al. Damage characteristics and laws of micro-crack of underwater electric pulse fracturing coal-rock mass [J]. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2021, 111: 102853.
- [22] Zhou S W, Rabczuk T, Zhuang X Y. Phase field modeling of quasi-static and dynamic crack propagation: COMSOL implementation and case studies [J]. Advances in Engineering Software, 2018, 122: 31-49.
- [23] Zhou S W, Zhuang X Y, Rabczuk T. A phase-field modeling approach of fracture propagation in poroelastic media [J]. Engineering Geology, 2018, 240: 189-203.
- [24] Li K C, Zhou S W. Numerical investigation of multi-zone hydraulic fracture propagation in porous media: New insights from a phase field method [J]. Journal of Natural Gas Science and Engineering, 2019, 66: 42-59.
- [25] Moukalled F, Mangani L, Darwish M. The Finite volume method in computational fluid dynamics [M]. Berlin: Springer International Publishing, 2016.
- [26] Zhou S W, Zhuang X Y. Adaptive phase field simulation of quasi-static crack propagation in rocks [J]. Underground Space, 2018, 3(3): 190-205.
- [27] 张志超, 董洪承, 王方鑫. 正交各向异性材料应力球-偏拉压分解的断裂相场模型 [J]. 复合材料学报, 2024, 47(1): 1-12.

2024, 41(8): 4408-4417.

Zhang Z C, Dong H C, Wang F X. Phase-field fracture model of anisotropic materials based on stress volumetric-deviatoric split [J]. *Acta Materialia Composita Sinica*, 2024, 41(8): 4408-4417. (in Chinese)

[28] Hu P M, Zhen H, Yang H S, et al. Rate-dependent phase field fracture simulation in polymers with adaptive mixed isogeometric approach [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2024, 422: 116843.

[29] 张道兵, 尹华东, 胡阿平, 等. 高地应力下深部硐室底鼓破坏围岩稳定性分析 [J]. *防灾减灾工程学报*, 2024, 44(3): 660-669.

Zhang D B, Yin H D, Hu A P, et al. Analysis on the stability of surrounding rock damaged by the floor drum of deep underground chamber under high in-situ stress [J]. *Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engi-*

neering, 2024, 44 (3): 660-669. (in Chinese)

[30] Guo X, Ding C, Wei P, et al. Theoretical analysis of the interaction between blasting stress wave and linear interface crack under high in-situ stress in deep rock mass [J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2024, 176: 105723.

[31] Ying P, Ying Y, Wu F, et al. Study of impact load directions on tunnel stability in a cracked rock mass [J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2024, 57 (12): 1-18.

[32] 曾青冬, 姚军, 孙致学. 页岩气藏压裂缝网扩展数值模拟 [J]. *力学学报*, 2015, 47(6): 994-999.

Zeng Q D, Yao J, Sun Z X. Numerical modeling of fracture network propagation in shale reservoirs [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2015, 47(6): 994-999. (in Chinese)

(本文编辑: 张艺)



(上接第 312 页)

[29] 张中亚, 周建庭, 邹杨, 等. 硫酸盐侵蚀对混凝土抗剪性能的影响 [J]. *土木工程学报*, 2020, 53(7): 64-72.

Zhang Z Y, Zhou J T, Zou Y, et al. Effect of sulfate attack on the shear performance of concrete [J]. *China Civil Engineering Journal*, 2020, 53(7): 64-72. (in Chinese)

[30] 谢剑, 杨云涛, 陈玉洁, 等. 氯盐环境下 UHPC-NC 界面黏结性能试验研究 [J]. *天津大学学报(自然科学与工程技术版)*, 2024, 57(1): 11-20.

Xie J, Yang Y T, Chen Y J, et al. Test study on interfacial bonding behavior of UHPC-NC in a chloride envi-

ronment [J]. *Journal of Tianjin University (Science and Technology)*, 2024, 57(1): 11-20. (in Chinese)

[31] Luo Q R, Wang W, Wang B J, et al. Numerical study on interface optimization of new-to-old concrete with the slant grooves [J]. *Structures*, 2021, 34: 381-399.

[32] Courard L, Piotrowski T, Garbacz A, et al. Near-to-surface properties affecting bond strength in concrete repair [J]. *Cement & Concrete Composites*, 2014, 46: 73-80.

[33] Huang H, Yuan Y J, Zhang W, et al. Bond behavior between lightweight aggregate concrete and normal weight concrete based on splitting-tensile test [J]. *Construction and Building Materials*, 2019, 209: 306-314.



(上接第 324 页)

[15] ISO834-1. Fire-resistance tests-elements of building construction [S]. Geneva, Switzerland: International Organization for Standardization, 1975.

[16] Hashin Z. Fatigue failure criteria for unidirectional fiber composite [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1980, 47 (2): 329-334.

[17] Mises R V. *Mechanik der festen Körper im plastisch deformablen Zustand* [J]. *Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse*, 1913, 1913: 582-592.

[18] European Committee for Standardization. Eurocode 4;

design of composite steel and concrete structures: part 1-2: general rules: structural fire design: EN 1994-1-2 [S]. Brussels: European Committee for Standardization, 2005.

[19] European committee for standardization. eurocode 3: design of steel structures: part 1-2: general rules: structural fire design: EN 1993-1-2 [S]. Brussels: European Committee for Standardization, 2005.

[20] 建筑钢结构防火技术规范: GB 51249—2017 [S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2017.

[21] 建筑构件耐火试验方法第 1 部分: 通用要求: GB/T 9978.1—2008 [S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2008.