

DOI:10.13409/j.cnki.jdpme.20250427002

## 黏土岩的三维非正交弹塑性本构模型\*

路德春<sup>1</sup>, 陈力伟<sup>1</sup>, 周鑫<sup>1,2</sup>, 邢辉辉<sup>1</sup>, 姜美玲<sup>1</sup>, 杜修力<sup>1</sup>

(1. 北京工业大学岩土与地下工程研究所, 北京 100124; 2. 香港科技大学土木与环境工程系, 香港 999077)

**摘要:** 黏土岩作为典型的黏聚-摩擦型地质材料, 受力时矿物颗粒错动与黏土基质变形引发黏聚力和内摩擦角动态演化, 导致材料呈现复杂的硬化规律与剪胀特性。基于黏聚-摩擦联合硬化规律与非正交塑性流动法则, 构建了黏土岩的三维非正交弹塑性本构模型。首先利用莫尔-库仑强度准则与黏土岩的多轴试验数据, 反演得到黏聚力和内摩擦角在硬化/软化过程中的演化规律, 并通过引入两个独立的硬化/软化函数实现定量描述。其次, 提出应力相关的塑性内变量, 有效刻画了黏土岩在低围压下的脆性行为与高围压下的延性行为。利用分数阶导数直接获得屈服函数的非正交方向作为塑性流动方向, 规避了非关联流动法则中构造塑性势函数的复杂过程。最后, 通过多组常规三轴排水试验评估模型合理性。结果表明, 该模型能合理描述黏土岩的典型非线性力学行为, 包括应变硬化/软化特性、剪缩/剪胀现象以及不同围压条件下的脆-延性转变, 为黏土岩工程力学特性的理论分析与数值模拟提供了可靠的本构模型支持。

**关键词:** 黏土岩; 本构模型; 非正交流动法则; 塑性; 黏聚-摩擦联合硬化

**中图分类号:** TU45 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-2132(2025)05-1005-09

## A Three-dimensional Non-orthogonal Elastoplastic Constitutive Model for Claystone

LU Dechun<sup>1</sup>, CHEN Liwei<sup>1</sup>, ZHOU Xin<sup>1,2</sup>, XING Huihui<sup>1</sup>, JIANG Meiling<sup>1</sup>, DU Xiuli<sup>1</sup>

(1. Institute of Geotechnical and Underground Engineering, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China;

2. Department of Civil and Environmental Engineering, Hong Kong University of Science and Technology, Hong Kong 999077, China)

**Abstract:** Claystone, as a typical cohesive-frictional geological material, exhibits complex hardening patterns and dilatancy characteristics due to the dynamic evolution of cohesion and internal friction angle caused by mineral particle interlocking and clay matrix deformation under stress. Based on a cohesion-friction combined hardening pattern and a non-orthogonal plastic flow rule, this study constructed a three-dimensional non-orthogonal elastoplastic constitutive model for claystone. First, the evolution patterns of cohesion and internal friction angle during the hardening/softening processes were inversely derived using the Mohr-Coulomb strength criterion and multiaxial test data of claystone. These evolution patterns were then quantitatively described by introducing two independent hardening/softening functions. Subsequently, a stress-dependent plastic internal variable was proposed to effectively characterize the brittle behavior of claystone under low confining pressure and the ductile behavior under

\* 收稿日期: 2025-04-27; 修回日期: 2025-05-14

基金项目: 国家重点研发计划项目(2023YFC3009300)、国家自然科学基金项目(52025084, 52408374)资助

作者简介: 路德春(1977—), 男, 教授, 博导。主要从事城市地下工程方面的研究。E-mail: dechun@bjut.edu.cn

通信作者: 周鑫(1994—), 男, 助理研究员。主要从事计算岩土力学方面的研究。E-mail: zhouxin615@126.com

high confining pressure. By employing the fractional derivative, the non-orthogonal direction of the yield function was directly obtained as the plastic flow direction, thereby avoiding the complex process of constructing a plastic potential function in the non-orthogonal flow rule. Finally, the rationality of the model was evaluated through multiple sets of conventional triaxial drained tests. The results showed that the proposed model could reasonably describe the typical nonlinear mechanical behaviors of claystone, including strain hardening/softening characteristics, shear contraction/dilation phenomena, and the brittle-ductile transition under different confining pressures. This study provides a reliable constitutive model for the theoretical analysis and numerical simulation of the engineering mechanical properties of claystone.

**Keywords:** claystone; constitutive model; non-orthogonal flow rule; plasticity; cohesion-friction combined hardening

## 0 引言

硬黏土岩,又称泥质岩,因其较高的力学强度和较低的渗透性,被视为高放废物地质处置的理想屏障材料之一<sup>[1]</sup>。2000年,法国国家放射性废物管理局在默兹—上马恩地区启动地下研究实验室建设,在 Callovo-Oxfordian 泥质岩地层中开展核废料的深部贮存研究,该项目推动了诸多学者针对黏土岩力学行为的复现与模拟研究<sup>[2-6]</sup>。

黏土岩作为典型的黏聚-摩擦型地质材料,其组分复杂。以默兹—上马恩地区地下实验室对应深度的黏土岩为例,其矿物组成为40%~50%黏土矿物、20%~27%方解石及23%~25%石英<sup>[7]</sup>。已有研究<sup>[7]</sup>将黏土岩视为一种具有多孔基质-包裹体微观结构的复合材料,其中含孔隙的黏土基质起到粘结核矿物颗粒的作用。故黏土岩的抗剪强度由矿物颗粒连锁产生的摩擦强度与黏土基质胶结作用提供的黏聚强度共同构成<sup>[8]</sup>。在岩土材料的塑性建模工作中,研究者常将强度准则中的强度参数(如内摩擦角、黏聚强度)发展为硬化函数来构造屈服函数,硬化函数刻画了屈服应力随塑性应变的演化规律。描述黏聚力与内摩擦角演化的硬化模式主要有三类:黏聚硬化、摩擦硬化及黏聚-摩擦联合硬化。前两类模型分别单独以黏聚力<sup>[9]</sup>或者内摩擦角<sup>[7,10]</sup>作为硬化参数,假设另一参数在加载过程中恒定。例如,A. Alizadeh等<sup>[9]</sup>针对非饱和和多孔介质建立弹塑性损伤模型,通过引入与吸力及损伤程度相关联的黏聚力硬化参数,合理描述了黏土岩在复杂应力状态下的塑性行为。Y. Jia等<sup>[10]</sup>提出了一种黏土岩的弹塑性损伤耦合本构模型,该模型认为黏土岩的软化是由其内部连锁结构的逐渐破坏引起的,因此

基于摩擦系数随塑性应变发展而增大或减小的特性,描述了材料的硬化与软化行为。从本构建模的角度看,尽管单硬化参数模型相对简便,但其忽略了黏土岩受力时黏聚力与内摩擦角的协同演化特性——矿物颗粒错动与黏土基质变形会同时引起两者的动态变化,下文基于试验数据反演获得的硬化规律也支持了这一观点。

第三种联合硬化模式更贴合黏土岩的黏聚-摩擦耦合变形机制。D. Hoxha等<sup>[11]</sup>建立的黏土岩弹塑性模型采用阶段式联合硬化策略,即在硬化阶段仅启用摩擦角的正硬化效应,软化阶段仅考虑黏聚力的负硬化效应。而M. Mánica等<sup>[12]</sup>和S. Turchi等<sup>[13]</sup>的研究则在全加载过程中同时引入黏聚硬化与摩擦硬化,但黏聚硬化参数定义为摩擦硬化参数的函数,这种强耦合关系限制了模型对材料塑性变形独立调控的能力。本文基于莫尔-库伦强度准则和大量的试验数据,回归分析了黏土岩硬化与软化阶段黏聚力、内摩擦角的演化规律。同时,引入两个独立的黏聚硬化函数与摩擦硬化函数,用以描述黏土岩在加载全过程的塑性变形行为。

基于上述研究背景,本研究旨在构建现象学宏观模型,表征黏土岩典型塑性力学行为。全文结构安排如下:第1节概述非正交塑性理论的基本建模框架;第2节详述黏土岩塑性建模过程,通过引入非正交流动法则与黏聚-摩擦联合硬化规律,描述材料的塑性行为特征,并提出应力状态相关的峰值等效塑性剪应变经验函数,以刻画黏土岩在不同围压条件下的脆-延转变特性;第3节开展了模型参数敏感性分析,给出参数标定方法;第4节基于大量常规三轴压缩试验数据,从材料尺度对模型的预测能力进行评估;第5节总结研究结论,并对模型的发展及应用提出展望。

# 1 非正交塑性模型的基本框架

在弹塑性理论中,材料增量本构关系基于胡克定律、流动法则、硬化规律及加卸载准则构建,数学上可统一表述为如下增量本构方程:

$$\begin{cases} d\sigma = D:(d\epsilon - d\epsilon^p) & \text{(胡克定律)} \\ d\epsilon^p = d\lambda r & \text{(流动法则)} \\ d\gamma = d\lambda h^p & \text{(硬化规律)} \\ d\lambda \geq 0, f(\sigma, \gamma) \leq 0, d\lambda f(\sigma, \gamma) = 0 & \text{(KKT条件)} \end{cases} \quad (1)$$

式中, $f$ 为屈服函数; $\gamma$ 表示塑性内变量; $h^p$ 表征 $\gamma$ 演化过程的函数; $D$ 为四阶弹性刚度矩阵; $\sigma, \epsilon, \epsilon^p$ 分别表示应力张量,总应变张量及其塑性部分; $d\lambda$ 为塑性乘子; $r$ 为塑性流动方向。

胡克定律描述材料弹性变形行为,流动法则定义塑性应变增量的大小和方向,硬化规律记录材料加载历史,KKT条件限制材料变形时的允许应力状态(包括加载、卸载和中性变载)。在塑性建模中,合理描述材料塑性变形规律的关键在于确定塑性应变增量的大小与方向。

## 1.1 塑性应变增量的大小

本构模型的屈服函数通常表示为:

$$f[\sigma, H(\epsilon^p)] = 0 \quad (2)$$

式中, $H$ 表示硬化函数。根据一致性条件可得:

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma} : d\sigma + \frac{\partial f}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial \epsilon^p} = 0 \quad (3)$$

将式(1)中的胡克定律与流动法则代入式(3),可得 $d\lambda$ 表达式为:

$$d\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma} : D : d\epsilon}{\frac{\partial f}{\partial \sigma} : D : r - \frac{\partial f}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial \epsilon^p} : r} \quad (4)$$

## 1.2 塑性应变增量的方向

非正交流动法则借助分数导数确定屈服函数的非正交方向,以此作为材料塑性流动方向。根据D.C.Lu等<sup>[14]</sup>的研究,非正交塑性流动方向 $r$ 的表达式为:

$$r = \frac{\partial^{\mu} f}{\partial S_1^{\mu}} \frac{\partial S_1}{\partial \sigma} + \frac{\partial^{\mu} f}{\partial S_2^{\mu}} \frac{\partial S_2}{\partial \sigma} + \frac{\partial^{\mu} f}{\partial S_3^{\mu}} \frac{\partial S_3}{\partial \sigma} \quad (5)$$

式中, $(S_1, S_2, S_3)$ 是用于构造屈服函数的应力不变

量; $\partial^{\mu} f / \partial (\cdot)^{\mu}$ 是分数阶导数算子,通常采用Riemann Liouville型分数阶导数定义; $\mu$ 是分数阶阶次。

基于式(5),非正交流动法则先于应力不变量空间确定屈服函数的分数阶梯度,再通过协变变换 $\partial S_i / \partial \sigma$ 将其转换到一般应力张量 $\sigma$ 空间。将式(1)中的流动法则与式(4)代入式(1)中的胡克定律,可得弹塑性应力—应变关系式为:

$$d\sigma = \left\{ D - \frac{(D:r) \otimes \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} : D \right)}{\frac{\partial f}{\partial \sigma} : D : r - \frac{\partial f}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial \epsilon^p} : r} \right\} : d\epsilon \quad (6)$$

非正交流动法则无需构造塑性势函数,有效降低了塑性建模复杂度。基于非正交塑性模型框架,给定屈服函数与硬化函数后,即可构建完整的弹塑性模型。目前,该方法已广泛应用于多种岩土类材料的弹塑性建模,其预测精度在相关研究中得到充分验证<sup>[15-21]</sup>。

# 2 黏土岩的非正交弹塑性本构模型

## 2.1 屈服函数和硬化函数

当强度准则用于构建屈服函数,强度准则可视作屈服函数在演化过程中的特例,如图1所示。本研究将莫尔-库伦准则发展为屈服函数,其表达式为:

$$f = qR_{mc}(\theta) - p \tan \varphi - c = 0 \quad (7)$$

式中, $p = \sigma : I / 3$ 及 $q = \sqrt{3/2} \|s\|$ 分别表示平均应力和广义剪应力, $I$ 为二阶单位张量, $s = \sigma - pI$ 为偏应力张量; $c$ 和 $\varphi$ 分别表示黏聚力和内摩擦角; $\theta (0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ)$ 为应力洛德角, $R_{mc}(\theta)$ 为莫尔-库伦准则在偏平面上的形状函数,如图1(b)所示,其表达式为:

$$R_{mc}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{3} \cos \varphi} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{3} \tan \varphi \cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \quad (8)$$

在子午面上,莫尔-库伦强度线的斜率和截距可由 $\tan \varphi / R_{mc}$ 和 $c / R_{mc}$ 表征,如图1(c)所示。

在黏聚-摩擦联合硬化模式中,通过将强度准则中的内摩擦角和黏聚力表征为塑性内变量的函数,以描述材料的硬化/软化过程。此时,式(7)可表示为:

$$f = qR_{mc}(\gamma) - p \tan[\varphi(\gamma)] - c(\gamma) = 0 \quad (9)$$

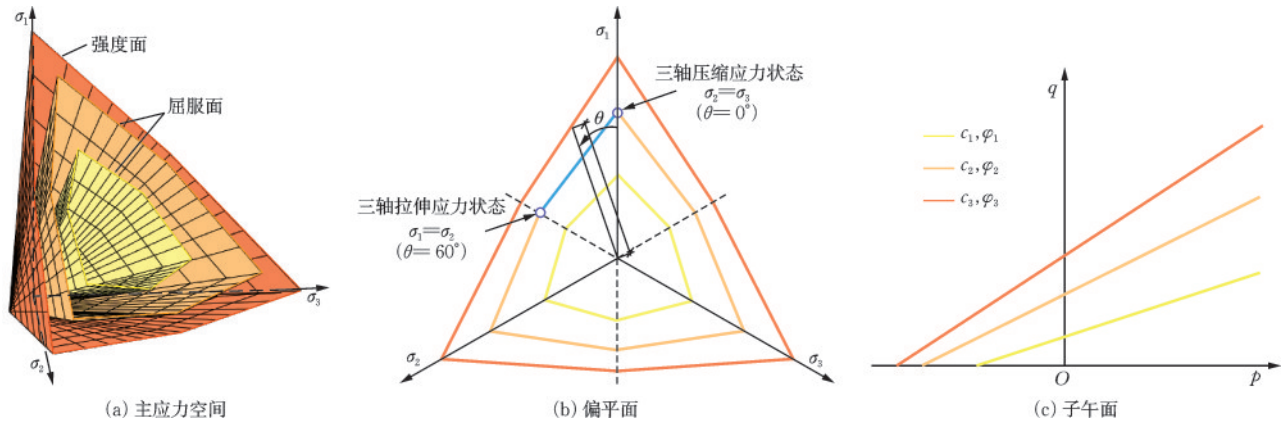


图1 莫尔-库伦强度准则和屈服准则

Fig.1 Mohr-Coulomb strength criterion and yield criterion

本文采用归一化的等效塑性剪应变作为塑性内变量：

$$\gamma = \epsilon_d^p / \epsilon_{d0}^p \quad (10)$$

$$\epsilon_d^p = \sqrt{\frac{2}{3} e^p : e^p} = \sqrt{\frac{2}{3} \left( \epsilon^p - \frac{1}{3} \epsilon_v^p I \right) : \left( \epsilon^p - \frac{1}{3} \epsilon_v^p I \right)} \quad (11)$$

式中， $\epsilon_d^p$ 为等效塑性剪应变； $\epsilon_{d0}^p$ 是 $\epsilon_d^p$ 在峰值应力状态下的取值，也被称作峰值等效塑性剪应变， $\epsilon_{d0}^p$ 越大，表明材料延性越强； $e^p$ 为偏塑性应变张量； $\epsilon_v^p$ 为塑性体应变。

已有试验表明，黏土岩的延性随着围压的增加而逐渐增强。通过整理大量文献试验数据<sup>[1,7,9,10,22-26]</sup>，汇总于图2，图中展示了不同加载条件下黏土岩的峰值等效塑性剪应变。峰值剪应力 $q_{max}$ 与 $\epsilon_{d0}^p$ 呈现良好的相关性。本研究提出如下经验公式以描述 $\epsilon_{d0}^p$ 的应力依赖性：

$$\epsilon_{d0}^p - \epsilon_{1,d0}^p = 0.00072 \left( \frac{q_{max}}{q_0} \right)^{3.16} - 0.00072 \quad (12)$$

式中， $q_0$ 为参考应力，通常取试验数据中最低围压条件下的峰值剪应力； $\epsilon_{1,d0}^p$ 是 $\epsilon_{d0}^p$ 在 $q_0$ 处的值。

需注意的是，在模型数值实现中， $q_{max}$ 无法提前预知，因其与材料所处的应力状态相关。因此，在边值问题的数值分析中，可通过记录历史上最大的等效剪应力得到 $q_{max} = \max_{0 \leq t \leq \tau} (q)$ ，此处 $\tau$ 表示当前时刻。

加载过程中，材料的内摩擦角 $\varphi(\gamma)$ 与黏聚力 $c(\gamma)$ 随塑性内变量的增加而变化，表现为主应力空间中的屈服面在硬化阶段逐渐扩张，软化阶段则逐渐收缩。在硬化和软化的临界状态，屈服准则退化为强度准则，如图1所示。文献[27]报道了一种基于试验数据反演黏聚-摩擦联合硬化规律的方法，其核心思想是利用预设函数形式的屈服曲线(本文为

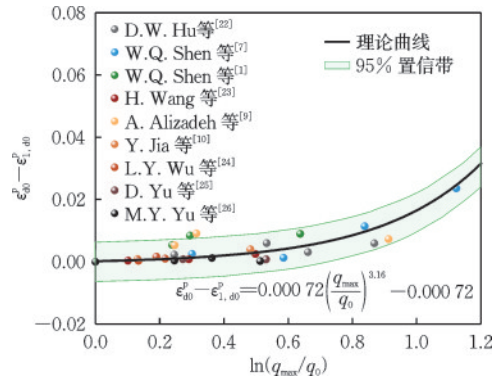


图2 参数 $\epsilon_{d0}^p$ 的应力依赖性

Fig.2 Stress dependence of parameter  $\epsilon_{d0}^p$

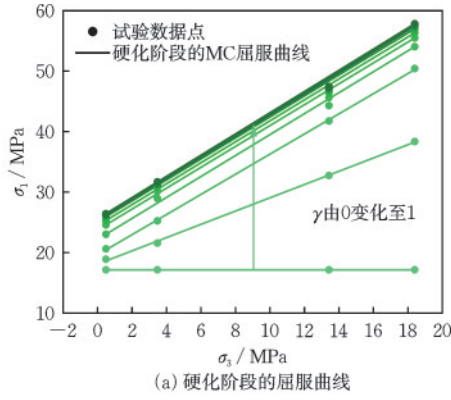
莫尔-库伦屈服函数形式的屈服曲线)，拟合相同塑性内变量条件下应力点，如图3(a)、(b)所示。此处以W.Q.Shen等<sup>[7]</sup>报道的试验数据为例，该方法可获得屈服曲线斜率和截距随塑性内变量的演化规律，进而整理得到内摩擦角和黏聚力在加载过程中的演化规律，如图3(c)所示。由图可知，加载全过程中，黏聚力呈现先增大后减小的变化趋势。加载初期，内摩擦角增速大于黏聚力，且很快趋近峰值，随后软化现象微弱。可见，材料软化阶段，因黏聚强度快速丧失，黏土岩抗剪强度主要由摩擦强度主导。对于隧道开挖、基坑开挖等以卸荷条件为主导的工程问题，可通过深入分析材料黏聚力演化趋势，提前预防结构失稳破坏。

本研究采用D.C. Lu等<sup>[27]</sup>提出的统一硬化/软化函数，描述材料的内摩擦角和黏聚力随着塑性应变的演化规律：

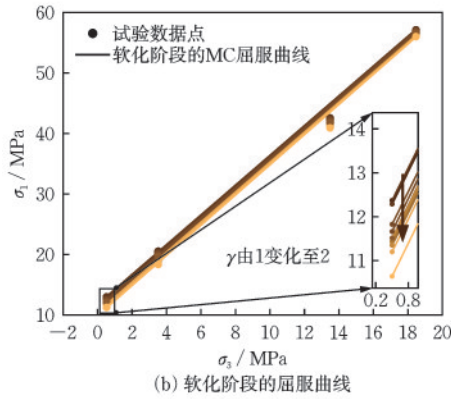
$$c(\gamma) = c_{max} H_c(\gamma) \quad (13)$$

$$\varphi(\gamma) = \varphi_{max} H_\varphi(\gamma) \quad (14)$$

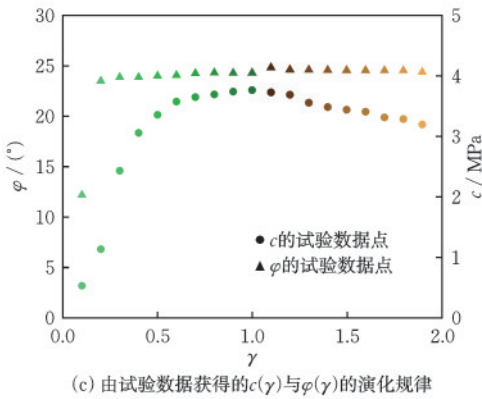
式中， $c_{max}$ 和 $\varphi_{max}$ 分别表示 $c(\gamma)$ 和 $\varphi(\gamma)$ 所能达到的



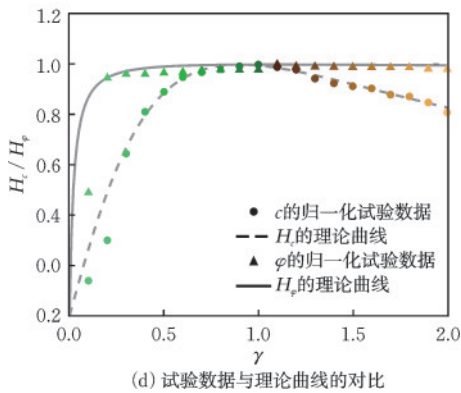
(a) 硬化阶段的屈服曲线



(b) 软化阶段的屈服曲线



(c) 由试验数据获得的 $c(\gamma)$ 与 $\varphi(\gamma)$ 的演化规律



(d) 试验数据与理论曲线的对比

图3  $c(\gamma)$ 与 $\varphi(\gamma)$ 的演化规律

Fig.3 Evolution patterns of  $c(\gamma)$  and  $\varphi(\gamma)$

最大值; $H_c$ 和 $H_\varphi$ 是关于 $\gamma$ 的归一化硬化函数。文献[27]中给出了 $H_c$ 和 $H_\varphi$ 的表达式:

$$H_c = \frac{A_c(\gamma/\gamma_{p,c})}{(A_c - 1) + (\gamma/\gamma_{p,c})^{A_c}} \quad (15)$$

$$H_\varphi = \frac{A_\varphi(\gamma/\gamma_{p,\varphi})}{(A_\varphi - 1) + (\gamma/\gamma_{p,\varphi})^{A_\varphi}} \quad (16)$$

式中, $\gamma_{p,c}$ 与 $\gamma_{p,\varphi}$ 分别为黏聚力和内摩擦角达到最大值时所对应的 $\gamma$ 值; $A_c$ 与 $A_\varphi$ 为控制曲线形状的参数(需满足 $A_c > 1$ 以及 $A_\varphi > 1$ )。

图3(d)在归一化的坐标系中对比了预测曲线与试验数据, $A_c$ 与 $A_\varphi$ 的拟合值列于表1。对比表明,所采用的函数形式能合理反映黏土岩黏聚强度和摩擦强度的演化趋势。

## 2.2 非正交流动法则

黏土岩在剪切荷载作用下呈现明显剪胀特性<sup>[22]</sup>,需通过非关联流动法则或非正交流动法则来确定塑性流动方向 $r$ 。在非正交流动法则<sup>[14, 27]</sup>中, $r$ 由屈服函数的分数梯度确定。

$$r = \frac{\partial^\mu f}{\partial p^\mu} \frac{\partial p}{\partial \sigma} + \frac{\partial^\mu f}{\partial q^\mu} \frac{\partial q}{\partial \sigma} \quad (17)$$

$$\frac{\partial p}{\partial \sigma} = \frac{1}{3} I, \quad \frac{\partial q}{\partial \sigma} = \frac{3s}{2q} \quad (18)$$

式中, $\partial^\mu f / \partial p^\mu$ 、 $\partial^\mu f / \partial q^\mu$ 分别是 $f$ 关于 $p$ 和 $q$ 的分数阶导数。

通过改变 $\mu$ 可调节塑性流动方向与屈服面的非正交程度。根据Riemann Liouville型分数阶导数的定义, $\partial^\mu f / \partial p^\mu$ 和 $\partial^\mu f / \partial q^\mu$ 可以表示为:

$$\begin{cases} \frac{\partial^\mu f}{\partial p^\mu} = \frac{p^{-\mu}(R_{mc}q - c)(1 - \mu) - p^{1-\mu} \tan \varphi}{\Gamma(2 - \mu)} \\ \frac{\partial^\mu f}{\partial q^\mu} = \frac{q^{1-\mu} R_{mc} - q^{-\mu}(1 - \mu)(p \tan \varphi + c)}{\Gamma(2 - \mu)} \end{cases} \quad (19)$$

式中, $\Gamma(\cdot)$ 表示伽马函数,可表示为:

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-\xi} \xi^{x-1} d\xi \quad (20)$$

将式(18)、式(19)代入式(17),可得 $r$ 的表达式为:

$$r = \frac{p^{-\mu}(R_{mc}q - c)(1 - \mu) - p^{1-\mu} \tan \varphi}{\Gamma(2 - \mu)} \frac{1}{3} I + \frac{q^{1-\mu} R_{mc} - q^{-\mu}(1 - \mu)(p \tan \varphi + c)}{\Gamma(2 - \mu)} \frac{3s}{2q} \quad (21)$$

### 3 模型分析

本节重点分析了硬化函数中关键参数的影响,并介绍了所提本构模型中各参数的标定方法。

#### 3.1 硬化函数的参数分析

如第2节所述,为表征黏聚力与内摩擦角在加载过程中的演化规律,本文采用相同形式的黏聚硬化函数和摩擦硬化函数,每个函数仅含有两个参数,即 $A_c$ (或 $A_\varphi$ )及 $\gamma_{p,c}$ (或 $\gamma_{p,\varphi}$ )。以摩擦硬化函数 $H_\varphi$ 为例,分析参数 $A_\varphi$ 与 $\gamma_{p,\varphi}$ 对硬化/软化曲线的影响。

图4显示了当参数 $\gamma_{p,\varphi}$ 恒定情况下,不同 $A_\varphi$ 值对应的硬化曲线形态。随着 $A_\varphi$ 减小,曲线初始斜率增大,且残余强度更高。参数 $\gamma_{p,\varphi}$ 定义了摩擦角 $\varphi$ 在塑性变形过程中达到最大值时所对应的应变状态,即当 $\gamma$ 增至 $\gamma_{p,\varphi}$ 时, $\varphi$ 达到峰值。因此,黏聚强度与摩擦强度的发挥顺序可以通过 $\gamma_{p,c}$ (或 $\gamma_{p,\varphi}$ )有效调控。图5显示了当参数 $A_\varphi$ 恒定时,硬化/软化曲线随 $\gamma_{p,\varphi}$ 的变化规律,可为参数选取提供参考。

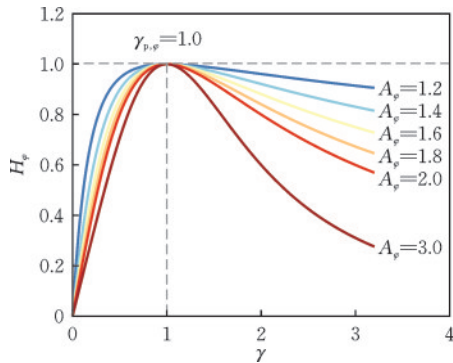


图4  $A_\varphi$ 对 $H_\varphi$ 的影响  
Fig.4 Effect of  $A_\varphi$  on  $H_\varphi$

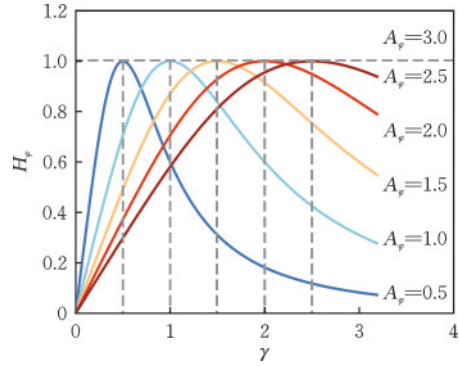


图5  $\gamma_{p,\varphi}$ 对 $H_\varphi$ 的影响  
Fig.5 Effect of  $\gamma_{p,\varphi}$  on  $H_\varphi$

#### 3.2 模型参数的确定

黏土岩的非正交弹塑性模型共有11个材料参数,包括两个弹性参数 $E$ 和 $\nu$ ,两个塑性内变量参数 $q_0$ 和 $\epsilon_{1,d0}^p$ ,1个非正交流动法则参数 $\mu$ ,以及用于校准黏聚-摩擦联合硬化规律的6个材料参数( $c_{max}$ ,  $A_c$ ,  $\gamma_{p,c}$ )和( $\varphi_{max}$ ,  $A_\varphi$ ,  $\gamma_{p,\varphi}$ ),如表1所示。其中, $E$ 和 $\nu$ 描述材料弹性行为, $E$ 可通过单轴试验应力-应变曲线斜率 $E = \sigma_1/\epsilon_1$ 标定; $\nu$ 可由加载初期径向应变与轴向应变的比值 $\nu = -\epsilon_3/\epsilon_1$ 标定。参数 $\mu$ 与材料的剪胀规律有关,可通过拟合剪胀曲线( $\sigma_1$  vs.  $\epsilon_v$ )标定。参数 $q_0$ 、 $\epsilon_{1,d0}^p$ 、( $c_{max}$ ,  $A_c$ ,  $\gamma_{p,c}$ )、( $\varphi_{max}$ ,  $A_\varphi$ ,  $\gamma_{p,\varphi}$ )可以通过拟合 $c(\gamma)$ 和 $\varphi(\gamma)$ 的演化曲线标定。 $c(\gamma)$ 和 $\varphi(\gamma)$ 随塑性应变的演化规律可由不同围压下的三轴压缩试验获得,具体细节可以参考文献[27]。此外,为提高参数选取准确性并减少人为主观干扰,也可采用基于优化算法的参数识别技术<sup>[28-29]</sup>,结合实验数据来确定模型参数。

表1 用于模型预测的材料参数

Table 1 Material parameters used for model prediction

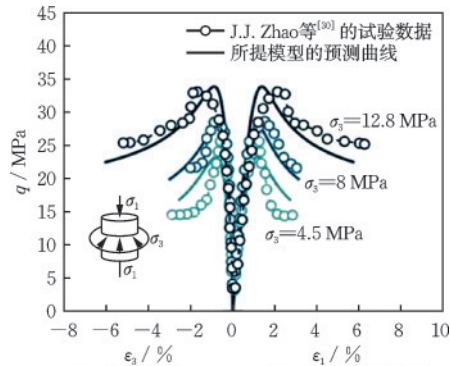
数据来源	$E$ /MPa	$\nu$	$q_0$ /MPa	$\epsilon_{1,d0}^p$	$c_{max}$ /MPa	$A_c$	$\gamma_{p,c}$	$\varphi_{max}/(^{\circ})$	$A_\varphi$	$\gamma_{p,\varphi}$	$\mu$
J.J. Zhao等 <sup>[30]</sup>	4 500	0.27	25.56	0.008 3	6.55	1.62	0.93	22.60	1.002	1.20	0.5
G. Armand等 <sup>[31]</sup>	4 000	0.3	21.0	0.005 6	7.61	1.92	0.6	22.43	1.8	1.06	0.5
W.Q. Shen等 <sup>[7]</sup>	3 000	0.2	11.05	0.004 9	3.89	1.55	0.89	23.59	1.11	1.1	0.05

### 4 模型验证

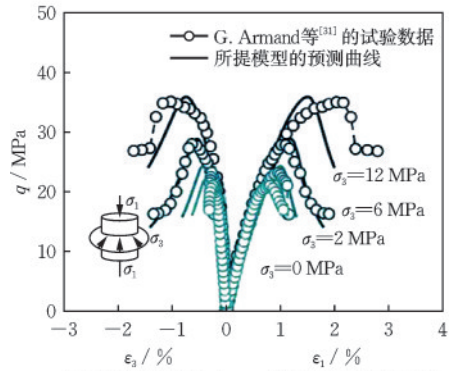
本节通过将材料点水平的模拟结果与文献中报告的实验数据进行比较,来评估所提本构模型的

有效性,用于模型预测的材料参数见表1。

图6显示了中低围压条件下,所提模型对黏土岩力学行为的预测能力,试验数据源自J.J. Zhao等<sup>[30]</sup>和G. Armand等<sup>[31]</sup>的研究。可见,预测曲线与试验数据基本吻合,表明所提本构模型能够准确描



(a) 模型预测与J.J. Zhao等<sup>[30]</sup>的试验数据对比



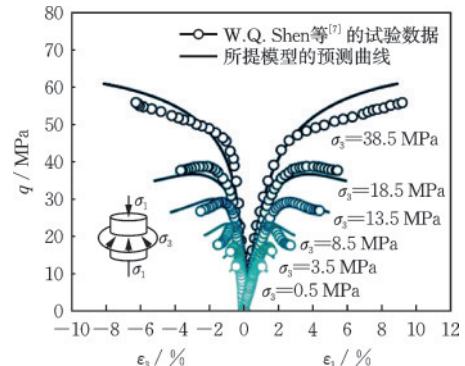
(b) 模型预测与G. Armand等<sup>[31]</sup>的试验数据对比

图6 低-中等围压条件下模拟结果与试验数据的对比

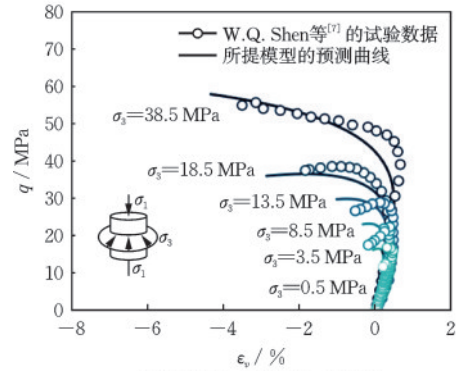
Fig.6 Comparison between simulation results and experimental data under low and medium confining pressures

述黏土岩在不同约束条件下的典型力学行为,具体包括:中低围压下因黏聚强度丧失引发的应变软化行为,以及围压增强下的约束强化效应。该效应表现为,随着围压增大,材料强度逐渐提高,破坏前变形能力增强,破坏模式由脆性向延性转变。模型通过引入压力敏感的莫尔-库仑屈服函数(式(7))及应力状态相关的峰值等效塑性剪应变(式(12)),具备了描述黏土岩约束强化效应的能力。

W. Q. Shen 等<sup>[7]</sup>报道了一组围压范围更宽(0.5~38.5 MPa)的黏土岩常规三轴压缩试验。图7为所提模型对该组试验的预测结果,清晰展示了模型在低、中、高围压条件下对黏土岩应力-应变曲线的合理复现,包括中低围压条件下的应变软化现象,以及高围压条件下持续的应变强化行为。此外,几乎在所有围压条件下,黏土岩均呈现出从体积压缩到剪胀的转变。值得注意的是,高围压条件下该剪胀转变较之于低围压条件下更晚发生。从物理机制角度而言,脆性岩石剪胀可能与粗糙裂纹表面摩擦滑移时微裂纹张开有关<sup>[22]</sup>,而高围压会抑制和延迟这一过程,类似试验结果在文献[22]中亦有报道。采用非正交流动法则,所提模型无需塑性



(a) 剪应力q与轴向应变ε₁及径向应变ε₃是关系



(b) 剪应力q与体应变ε\_v的关系

图7 低-中-高围压条件下模拟结果与试验数据的对比

Fig.7 Comparison between simulation results and experimental data under low, medium, and high confining pressures

势函数,即可较好地捕捉不同围压条件下黏土岩的剪胀行为,如图7(b)所示。

## 5 结论与展望

本研究聚焦于黏土岩三维弹塑性本构模型的构建与验证。基于莫尔-库仑强度准则与现有试验数据,反演得到黏聚力与内摩擦角在加载过程中的演化规律,揭示黏土岩的应变软化主要源于黏聚力衰减,而峰后抗剪强度则以摩擦强度为主导。通过引入两个独立的硬化/软化函数及应力相关的塑性内变量,定量描述了黏土岩黏聚-摩擦硬化规律,联合无需塑性势函数的非正交流动法则,建立了黏土岩三维非正交弹塑性本构模型。

模型有效性通过材料尺度的常规三轴压缩试验数据验证,模拟结果与实测数据高度吻合,表明该模型能够合理描述黏土岩应力-应变关系及其典型非线性力学特性,如应变硬化/软化、剪胀特性、低围压条件下的脆性破坏以及高围压条件下的延性行为。未来研究拟融合新兴建模理论并结合

多场耦合试验数据,进一步拓展模型对黏土岩各向异性、损伤特性、水力耦合及时间相关性等复杂力学行为的表征能力,并探索其在结构尺度的工程应用。

### 参考文献:

- [1] Shen W Q, Kondo D, Dormieux L, et al. A closed-form three scale model for ductile rocks with a plastically compressible porous matrix[J]. *Mechanics of Materials*, 2013, 59: 73-86.
- [2] Djizanne H, Zghondi J, Armand G, et al. Some aspects of the hydro-mechanical behaviour of Callovo-Oxfordian (COx) claystone around a gallery parallel to the principal horizontal minor stress[J]. *Geomechanics for Energy and the Environment*, 2019, 17: 3-15.
- [3] Guayacán-Carrillo L M, Sulem J, Seyedi D M, et al. Analysis of long-term anisotropic convergence in drifts excavated in Callovo-Oxfordian claystone[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2016, 49(1): 97-114.
- [4] Sasaki T, Yoon S, Rutqvist J. Modelling of failure and fracture development of the Callovo-Oxfordian claystone during an in-situ heating experiment associated with geological disposal of high-level radioactive waste [J]. *Geomechanics for Energy and the Environment*, 2024, 38: 100546.
- [5] Seyedi D M, Armand G, Noiret A. "Transverse Action": A model benchmark exercise for numerical analysis of the Callovo-Oxfordian claystone hydromechanical response to excavation operations [J]. *Computers and Geotechnics*, 2017, 85: 287-305.
- [6] Vu M, Guayacán Carrillo L M, Armand G. Excavation induced over pore pressure around drifts in the Callovo-Oxfordian claystone [J]. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 2023, 27 (8) : 2614-2629.
- [7] Shen W Q, Liu S Y, Xu W Y, et al. An elastoplastic damage constitutive model for rock-like materials with a fractional plastic flow rule [J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2022, 156: 105140.
- [8] Chiarelli A S, Shao J F, Hoteit N. Modeling of elastoplastic damage behavior of a claystone [J]. *International Journal of Plasticity*, 2003, 19(1): 23-45.
- [9] Alizadeh A, Gatzmiri B. An elasto-plastic damage model for argillaceous geomaterials [J]. *Applied Clay Science*, 2017, 135: 82-94.
- [10] Jia Y, Bian H B, Su K, et al. Elastoplastic damage modeling of desaturation and resaturation in argillites [J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2010, 34(2): 187-220.
- [11] Hoxha D, Giraud A, Blaisonneau A, et al. Poroplastic modelling of the excavation and ventilation of a deep cavity [J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2004, 28 (4) : 339-364.
- [12] Mánica M, Gens A, Vaunat J, et al. A time-dependent anisotropic model for argillaceous rocks. Application to an underground excavation in Callovo-Oxfordian claystone [J]. *Computers and Geotechnics*, 2017, 85: 341-350.
- [13] Tourchi S, Vaunat J, Gens A, et al. A full-scale in situ heating test in Callovo-Oxfordian claystone: Observations, analysis and interpretation [J]. *Computers and Geotechnics*, 2021, 133: 104045.
- [14] Lu D C, Zhou X, Du X L, et al. A 3D fractional elastoplastic constitutive model for concrete material [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2019, 165: 160-175.
- [15] Meng F P, Lu D C, Wang S Y, et al. Modeling confined concrete behavior in finite element with a non-orthogonal elastoplastic model [J]. *Engineering Structures*, 2024, 312: 118233.
- [16] 路德春, 金辰逸, 梁靖宇, 等. 考虑状态相关的砂土非正交弹塑性本构模型 [J]. *岩土工程学报*, 2023, 45 (2): 221-231.  
Lu D C, Jin C Y, Liang J Y, et al. State-dependent non-orthogonal elastoplastic constitutive model for sand [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2023, 45(2): 221-231. (in Chinese)
- [17] Sun Y F, Gao Y F, Zhu Q Z. Fractional order plasticity modelling of state-dependent behaviour of granular soils without using plastic potential [J]. *International Journal of Plasticity*, 2018, 102: 53-69.
- [18] 李晓强, 梁靖宇, 路德春, 等. 非饱和土的非正交弹塑性本构模型 [J]. *中国科学: 技术科学*, 2022, 52(7): 1048-1064.  
Li X Q, Liang J Y, Lu D C, et al. Non-orthogonal elastoplastic constitutive model for unsaturated soil [J]. *Scientia Sinica Technologica*, 2022, 52(7): 1048-1064. (in Chinese)
- [19] Xiao Y, Zhang X M, Wang C G, et al. Breakage-dependent fractional plasticity model for sands [J]. *International Journal of Geomechanics*, 2023, 23(3): 04022299.

- [20] 李海潮, 马博, 张升, 等. 基于分数阶热弹塑性理论的软岩力学特性描述[J]. 岩石力学与工程学报, 2020, 39(7): 1311-1320.
- Li H C, Ma B, Zhang S, et al. Mechanical behaviors of soft rocks based on the fractional thermal elastic-plastic theory [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2020, 39(7): 1311-1320. (in Chinese)
- [21] Lu D C, Liang J Y, Du X L, et al. Fractional elastoplastic constitutive model for soils based on a novel 3D fractional plastic flow rule[J]. Computers and Geotechnics, 2019, 105: 277-290.
- [22] Hu D W, Zhang F, Shao J F. Experimental study of poromechanical behavior of saturated claystone under triaxial compression [J]. Acta Geotechnica, 2014, 9 (2): 207-214.
- [23] Wang H, de La Vaissière R, Vu M N, et al. Numerical modelling and in-situ experiment for self-sealing of the induced fracture network of drift into the Callovo-Oxfordian claystone during a hydration process [J]. Computers and Geotechnics, 2022, 141: 104487.
- [24] Wu L Y, Wang Z F, Ma D, et al. A continuous damage statistical constitutive model for sandstone and mudstone based on triaxial compression tests[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2022, 55 (8) : 4963-4978.
- [25] Yu D, Liu E L, Xiang B, et al. A micro - macro constitutive model for rock considering breakage effects[J]. International Journal of Mining Science and Technology, 2023, 33(2): 173-184.
- [26] Yu M Y, Liu B G, Chu Z F, et al. Permeability, deformation characteristics, and damage constitutive model of shale under triaxial hydromechanical coupling [J]. Bulletin of Engineering Geology and the Environment, 2022, 81(3): 85.
- [27] Lu D C, Su C C, Zhou X, et al. A cohesion-friction combined hardening plastic model of concrete with the nonorthogonal flow rule: Theory and numerical implementation [J]. Construction and Building Materials, 2022, 325: 126586.
- [28] Jin Y F, Yin Z Y, Shen S L, et al. Selection of sand models and identification of parameters using an enhanced genetic algorithm [J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2016, 40(8): 1219-1240.
- [29] Yin Z Y, Jin Y F, Shen S L, et al. An efficient optimization method for identifying parameters of soft structured clay by an enhanced genetic algorithm and elastic-viscoplastic model [J]. Acta Geotechnica, 2017, 12 (4): 849-867.
- [30] Zhao J J, Shen W Q, Shao J F, et al. A constitutive model for anisotropic clay-rich rocks considering microstructural composition[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2022, 151: 105029.
- [31] Armand G, Conil N, Talandier J, et al. Fundamental aspects of the hydromechanical behaviour of Callovo-Oxfordian claystone: From experimental studies to model calibration and validation [J]. Computers and Geotechnics, 2017, 85: 277-286.

(本文编辑:池营营)