

DOI:10.13409/j.cnki.jdpme.2020.02.004

基于三铰拱突变模型的岩溶区嵌岩桩溶洞顶板 稳定性分析*

赵明华, 陈言章, 肖尧, 杨超炜

(湖南大学岩土工程研究所, 湖南长沙 410082)

摘要: 根据岩溶区嵌岩桩的工程特点,对现有的梁板结构进行优化,将岩溶区嵌岩桩溶洞顶板简化为边界是弹性支承的三铰拱模型;基于尖点突变理论导出了能量势函数和分叉集方程,建立岩溶区嵌岩桩尖点突变模型平衡曲面;根据岩溶区嵌岩桩溶洞顶板突变失稳的条件,提出岩溶区嵌岩桩极限承载力及溶洞顶板安全厚度的确定方法;从拱杆的线刚度与支承弹簧刚度比、溶洞顶板跨径及顶板厚度三个方面对溶洞顶板的稳定性进行参数分析,结果表明:溶洞顶板稳定性随拱杆的线刚度与支承弹簧刚度比的增加而降低;当溶洞顶板跨径小于4倍桩径时,溶洞顶板处于稳定状态;当顶板厚度大于2倍桩径时,溶洞顶板不易发生突变失稳。最后结合工程算例验证本文方法的可行性和合理性。

关键词: 岩溶; 嵌岩桩; 弹性三铰拱; 突变理论; 稳定性

中图分类号: TU473.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-2132(2020)02-0167-07

Stability Analysis of Cave Roof under Rock-socketed Pile in Karst Area based on Three-hinged Arch Catastrophe Model

ZHAO Minghua, CHEN Yanzhang, XIAO Yao, YANG Chaowei
(Institute of Geotechnical Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: According to the engineering characteristics of rock-socketed pile in karst areas, the existing beam-slab structure is optimized, and the cave roof of the rock-socketed pile is simplified as a three-hinged arch model with elastic supports. The energy potential function and bifurcation set equation are derived based on the cusp catastrophe theory, and the equilibrium surface of the cusp catastrophe model under the rock-socketed pile in karst region is also established. According to catastrophic instability condition of rock-socketed pile embedded on cave roof, the method for determining the ultimate bearing capacity of rock-socketed pile and the safe thickness of cave roof are put forward; The stability of cave roof is analyzed from three aspects: the ratio of the linear stiffness of the arch to the supporting spring stiffness, the span of cave roof and the thickness of cave roof. Results reveal that: the stability of cave roof decreases with the increase of the ratio of the linear stiffness of the arch to the supporting spring stiffness; When the span of the roof is less than 4 times the diameter of the pile, the roof of the

* 收稿日期:2018-03-15;修回日期:2018-04-25

基金项目:国家自然科学基金项目(51478178)资助

作者简介:赵明华(1956-),男,教授,博导。主要从事桩基础及软土地基处理方面的研究。Email: mhzhaohd@21cn.com

cave is in a stable state; When the thickness of the roof is more than 2 times the diameter of the pile, the roof of the cave is not susceptible to mutation instability; The feasibility and rationality of the method in this paper are verified by the engineering example.

Keywords: karst; rock-socketed pile; elastic three-hinged arch; catastrophe theory; stability

引言

我国疆域辽阔,岩溶地质分布广泛,特别是云南、贵州、广西等岩溶地质发育的西部山区。在岩溶区修建桥梁工程时,溶洞顶板的稳定性评价是工程设计的关键技术之一。因此,深入探讨岩溶区桩端荷载作用下溶洞顶板的稳定性具有重要的工程实践价值。

众多学者对该问题开展了大量的研究,在试验研究方面,张慧乐等^[1]、张智浩等^[2]基于室内模型试验,探讨了不同形状、跨径、大小的溶洞对嵌岩桩桩端极限承载力的影响;在此基础上,雷勇等^[3-5]基于室内模型试验,对不同溶洞顶板厚度和位置偏移量下桩端基岩极限承载力及破坏模式进行了研究。在数值研究方面,黎斌等^[6]采用有限元法对嵌岩桩桩端荷载作用下溶洞顶板稳定性进行了分析;孙映霞等^[7]则利用有限差分法对基桩作用下的溶洞破坏机制进行了分析。以上数值计算方法计算结果相对准确,但其计算要求较高,参数选取复杂,在实际工程的初步设计中,应用存在一定的局限性。因此有必要开展岩溶区嵌岩桩溶洞顶板稳定性评价理论方法的研究。贺建清等^[8]从极限分析上限定理出发,构建了岩楔体平移破坏机理,由此确定出岩溶区桩端极限承载力及其下伏溶洞顶板的安全厚度。Ch. Jiang等^[9]基于弹性力学给出了考虑嵌岩段岩层和溶洞顶板整体承载效应的嵌岩桩桩端极限承载力计算方法。考虑到桩端岩层破坏的不规则、不连续及不均匀的突发特点^[10],何忠明等^[11]根据极限平衡的思想,基于尖点突变理论建立了路堤填筑过程中溶洞顶板失稳判定的数学模型;赵明华等^[12]、龚先兵等^[13]将溶洞顶板视为固支梁,基于突变理论推得了嵌岩桩岩溶顶板安全厚度和极限承载力的计算公式。然而,潘岳等^[14]认为用固支梁作为计算模型存在以下不足:其一,假定的梁挠曲线不满足边界条件;其二,均布荷载作用下两端固支梁结构没

有跳跃失稳机制。

鉴于此,本文基于弹性三铰拱突变理论,建立岩溶区嵌岩桩尖点突变模型;然后根据溶洞顶板的破坏失稳条件,提出岩溶区嵌岩桩极限承载能力及溶洞顶板安全厚度的确定方法;最后对溶洞顶板的稳定性进行参数分析,并通过工程算例验证本文方法的可行性。

1 计算模型及基本假定

A. Serrano等^[15]基于修正的Hoek-Brown准则指出三维模型的嵌岩桩桩端极限承载力大约是二维模型的嵌岩桩桩端极限承载力的1.3倍。此外,廖丽萍等^[16]利用弹性理论叠加原理证实了椭球形溶洞比椭圆形溶洞更稳定。以上研究表明,将如图1所示的嵌岩桩与溶洞顶板作用系统简化为平面模型是偏于安全的,因此本文结合工程实际,拟通过建立图2所示的弹性支承三铰拱破坏机构对溶洞顶板的稳定性进行分析,并做如下假定:

- (1) 顶板支座视为三铰拱端部水平方向上的弹性支承,并简化为平面应变问题处理。
- (2) 溶洞顶板岩层及其上覆土层自重视为均布荷载作用在顶板上。
- (3) 考虑最不利情况,嵌岩桩视为简单的端承桩,桩端阻力简化为均布荷载作用在溶洞顶板上,且不考虑桩周土的侧摩阻力。

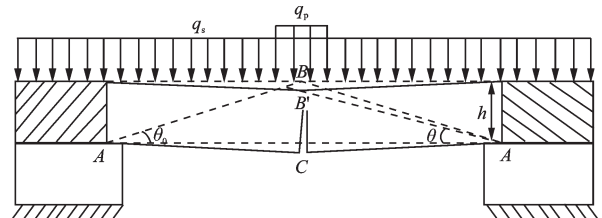


图1 嵌岩桩与溶洞顶板作用系统

Fig.1 Interaction system between rock-socketed pile and cave roof

注: h 为溶洞顶板厚度, θ_0 为溶洞顶板上未施加荷载时对角线 AB 与 x 轴的夹角, θ 为顶板回转向下沉过程中对角线 AB' 与 x 轴的夹角, q_s 为溶洞顶板岩层及其上覆土层的自重, q_p 为桩端阻力集度

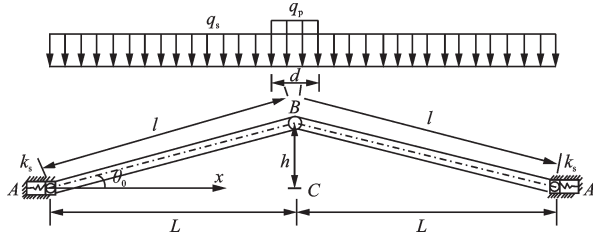


图2 弹性支承的三铰拱分析模型

Fig.2 Analysis model of three-hinged arch with elastic support

注: k_s 为支承弹簧的刚度, L 为溶洞顶板跨径, l 为溶洞顶板上未施加荷载时顶板支点 A 与顶板跨中上缘点 B 的长度, d 为桩径

2 弹性支承三铰拱突变模型的建立

2.1 势函数

由图2可知,由于拱下沉,拱角处在水平方向的变形量为:

$$\Delta s = \frac{1}{k_s} \frac{EA}{l} \Delta l \cos \theta \quad (1)$$

式中, k_s 为支承弹簧的刚度, A 为溶洞顶板的横截面积,对于平面应变问题 $A=1 \times h$, EA 为沿 AB 方向受均匀压缩时的等效刚度,其中:

$$E = \frac{E_s}{1 - \mu_s^2} \quad (2)$$

式中, E_s 、 μ_s 分别为顶板岩石的弹性模量和泊松比。 Δl 为拱杆的压缩变形量。若不计顶板 A 、 B 处沿对角线 AB 发生的岩体破碎,则沿对角线方向的几何关系为:

$$\Delta l = l - \frac{L}{\cos \theta} - \frac{\Delta s}{\cos \theta} = \frac{L}{\cos \theta_0} - \frac{L}{\cos \theta} - \frac{1}{k_s} \frac{EA}{l} \Delta l \quad (3)$$

由式(3)可得,拱杆沿杆轴线的压缩量为:

$$\Delta l = \frac{L(\sec \theta_0 - \sec \theta)}{1 + \xi} \quad (4)$$

式中, ξ 为拱杆的线刚度与支承弹簧刚度之比,刚度比 ξ 的具体取值与岩石的类别、岩层的完整性等因素有关。

$$\xi = \frac{1}{k_s} \frac{EA}{l} = \frac{k_1}{k_s} \quad (5)$$

从弹性理论可知,岩溶区嵌岩桩结构系统的总势能由拱杆的压缩变形成能 U_1 、弹簧的压缩变形成能 U_s 以及外力功 W 组成,即:

$$\Pi = U_1 + U_s - W \quad (6)$$

$$U_1 = 2 \cdot \frac{1}{2} \frac{EA}{l} (\Delta l)^2 \quad (7)$$

$$U_s = 2 \cdot \frac{1}{2k_s} \left(\frac{EA}{l} \Delta l \cos \theta \right)^2 \quad (8)$$

将式(4)代入式(7)和式(8)后相加,并按 Taylor 级数展开得:

$$U_1 + U_s = \frac{EAL^2}{l(1+\xi)} \left\{ \frac{5}{12} \left(\frac{8}{5} - \sec \theta_0 \right) \theta^4 + (1 - \sec \theta_0) \theta^2 + (1 - \sec \theta_0)^2 \right\} + O(\theta^5) \quad (9)$$

W 为三铰拱位置从 θ_0 变化到 θ 时,岩层自重及其上覆土层荷载集度 q_s 和桩端阻力集度 q_p 所做的外力功:

$$W = 2 \left\{ \int_0^L q_s x (\tan \theta_0 - \tan \theta) dx + \int_{L-d/2}^L q_p \left[x - \left(L - \frac{d}{2} \right) \right] (\tan \theta_0 - \tan \theta) dx \right\} = \left(q_s L^2 + \frac{1}{4} q_p d^2 \right) \left(\tan \theta_0 - \theta - \frac{\theta^3}{3} \right) + O(\theta^5) \quad (10)$$

将式(9)和式(10)代入式(6)中,并略去高阶项,整理得:

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{5}{12} \frac{EAL^2}{l(1+\xi)} \left(\frac{8}{5} - \sec \theta_0 \right) \theta^4 + \frac{4q_s L^2 + q_p d^2}{12} \theta^3 + \\ & \frac{EAL^2}{l(1+\xi)} (1 - \sec \theta_0) \theta^2 + \left(q_s L^2 + \frac{1}{4} q_p d^2 \right) \theta + \\ & \frac{EAL^2}{l(1+\xi)} (1 - \sec \theta_0)^2 - \left(q_s L^2 + \frac{1}{4} q_p d^2 \right) \tan \theta_0 \end{aligned} \quad (11)$$

2.2 突变模型平衡曲面和分叉集方程

由于式(11)中 θ^4 项是势函数中系数不为0的最低项,根据“确定性”法则,式中的势函数是突变理论中的尖点突变模型,令:

$$\left. \begin{aligned} \eta = \frac{EAL^2}{l(1+\xi)} = \frac{k_1 k_s L^2}{k_1 + k_s}, \beta = \frac{4q_s L^2 + q_p d^2}{12} \\ \omega = 1 - \sec \theta_0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

再作变量代换:

$$x = \eta^{\frac{1}{4}} \theta + \frac{\beta}{\eta^{\frac{3}{4}}} \quad (13)$$

来消去式(11)中的 θ^3 项。

注意到 ω 和 $\frac{\beta}{\eta^{\frac{3}{4}}}$ 都是小量,将式(13)代入式(11),并略去无限小量及常数项后,式(11)可简化

为尖点突变模型的正则形式:

$$\Pi = \frac{x^4}{4} + \frac{ux^2}{2} + vx \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} u &= 2(1 - \sec\theta_0)\eta^{\frac{1}{2}} \\ v &= \frac{4q_s L^2 + q_p d^2}{4\eta^{\frac{1}{4}}} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中, x 为系统的状态变量; u, v 为系统的控制变量。由 x, u, v 构成的三维空间如图 3 所示。

对势函数 Π 求一阶导数, 得到系统作准静态形变时的平衡方程^[17]。

$$M: \frac{d\Pi}{d\delta} = x^3 + ux + v = 0 \quad (16)$$

其图形为尖点突变模型平衡曲面 M 。平衡曲面 M 上有两条垂直切线的点集 S 的方程为:

$$\frac{d^2\Pi}{d\delta^2} = 3x^2 + u = 0 \quad (17)$$

S 集在控制平面上的投影为分叉集。

联立式(16)、(17)消去 x , 即可得到结构系统尖点突变模型的分叉集方程:

$$\Delta = 4u^3 + 27v^2 = 0 \quad (18)$$

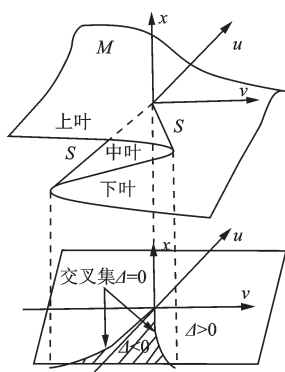


图 3 尖点突变模型平衡曲线和分叉集

Fig.3 Equilibrium curve and bifurcation set of cusp catastrophe model

从图 3 中可以看出, M 分成上叶、中叶和下叶, 在中叶上有:

$$\frac{d^2\Pi}{d\delta^2} < 0 \quad (19)$$

在上叶和下叶上有:

$$\frac{d^2\Pi}{d\delta^2} > 0 \quad (20)$$

因此, 基于弹性三铰拱突变理论的岩溶区嵌岩桩顶板突变失稳有如下判据^[18]:

(1) $\Delta > 0$, 溶洞顶板结构系统稳定;

(2) $\Delta < 0$, 溶洞顶板结构系统突变失稳;

(3) $\Delta = 0$, 溶洞顶板结构系统处于临界状态。

2.3 岩溶区嵌岩桩承载力及溶洞顶板安全厚度

通过对上述溶洞顶板的突变失稳分析, 要使得顶板不发生失稳, 要求 $\Delta \geq 0$, 整理可得:

$$\frac{32\left\{EA/l(1+\xi)\right\}^2(\sec\theta_0-1)^3}{27\left[q_s+q_p d^2/(4L^2)\right]^2} - 1 \geq 0 \quad (21)$$

(1) 安全厚度确定

式(21)是一个关于溶洞顶板最小安全厚度 h 的超越方程, 可通过数值方法进行求解。

(2) 极限承载力确定

根据式(21)可得, 岩溶区嵌岩桩的桩端阻力集度为:

$$q_p \leq \frac{4L^2}{d^2} \left\{ \frac{4}{3} \frac{EA}{l(1+\xi)} \left[\frac{2(\sec\theta_0-1)^3}{3} \right]^{\frac{1}{2}} - q_s \right\} \quad (22)$$

2.4 安全储备的讨论

由于岩溶区嵌岩桩极限承载力及溶洞顶板的安全厚度受到诸多因素的影响, 如岩石节理裂隙发育、溶洞地下水情况、溶洞自身形态等, 且由于对顶板计算模型进行了相应的简化, 如忽略了桩-土以及桩-岩界面的侧摩阻力等, 与实际情况存在差异。因此, 工程中一般采用安全系数的方法, 建议安全系数 k 一般取 3.0~4.0^[19]。

3 参数分析

影响溶洞顶板稳定性的参数主要有溶洞顶板厚度 h 、溶洞顶板跨径 L 、岩石受均匀压缩时的等效刚度 EA 及拱杆的线刚度与支承弹簧刚度比 ξ 等。本文着重从以下三方面对溶洞顶板的稳定性进行参数分析。计算模型中各参数的取值见表 1。

表 1 计算模型中各参数取值

Table 1 Parameter values in calculation model

参数	$q_s/$ kPa	$q_p/$ kPa	$E_s/$ kPa	μ_s	d/m	h/m	L/m	k
取值	300	8 000	19 000	0.2	1	2	$4d$	4

(1) 刚度比的影响分析

若图2中三铰拱两端为刚性支承,则支承弹簧的刚度视为无穷大,相应地刚度比 $\xi=0$;若图2中三铰拱两端支承刚度与拱杆的线刚度一致,则 $\xi=1$;如图2中三铰拱两端为完全柔性支承,则 $\xi=\infty$ 。

为分析刚度比对溶洞顶板稳定性的影响,令 ξ 分别为0.25、1、2、4,并保持表1中其他参数不变,根据式(21)可得溶洞顶板稳定判据 Δ 与刚度比 ξ 的关系曲线,如图4所示。

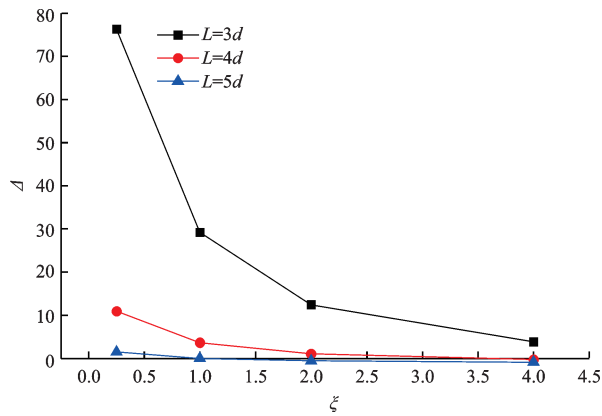


图4 刚度比对溶洞顶板稳定性的影响

Fig.4 Influence of stiffness ratio on stability of cave roof

由图4可知,随着 ξ 的增加,三铰拱拱脚处提供的约束刚度逐渐降低,导致溶洞顶板的稳定性从稳定向不稳定跨越。当顶板跨径 $L=3d$,随着刚度比 ξ 从0.25增大到4,顶板破坏判据顶板 $\Delta>0$ 恒成立,此时顶板处于稳定状态;当顶板跨径 $L=5d$,且刚度比 $\xi\geq 1$ 时, $\Delta<0$,顶板将发生失稳破坏。

(2) 溶洞顶板跨径的影响分析

令溶洞顶板跨径 L 分别为 $3d$ 、 $4d$ 、 $5d$ 、 $6d$,并保持表1中其他参数不变,根据式(21)可得溶洞顶板稳定判据 Δ 与顶板跨径与桩径比 L/d 的关系曲线,如图5所示。

由图5可知,随着 L 的增加,结构系统中的总势能随之增加,才有可能跨越分叉集发生突变,因而顶板的稳定性逐渐降低。当 $L\leq 4d$,溶洞顶板破坏判据顶板 $\Delta>0$,此时顶板处于稳定状态;当 $L\geq 6d$, $\Delta<0$,顶板将发生失稳破坏;当 $4d<L<6d$,随着 ξ 的增加,溶洞顶板发生失稳破坏所对应的顶板跨径越小。

(3) 溶洞顶板厚度的影响分析

令溶洞顶板的厚度 h 分别为 $0.5d$ 、 $1d$ 、 $2d$ 、 $3d$,并保持表1中其他参数不变,根据式(21)可得溶洞

顶板稳定判据 Δ 与顶板厚度与桩径比 h/d 的关系曲线,如图6所示。

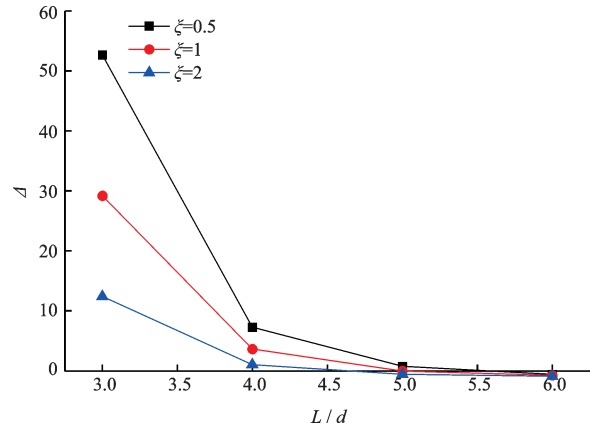


图5 跨径对溶洞顶板稳定性的影响

Fig.5 Influence of span on stability of cave roof

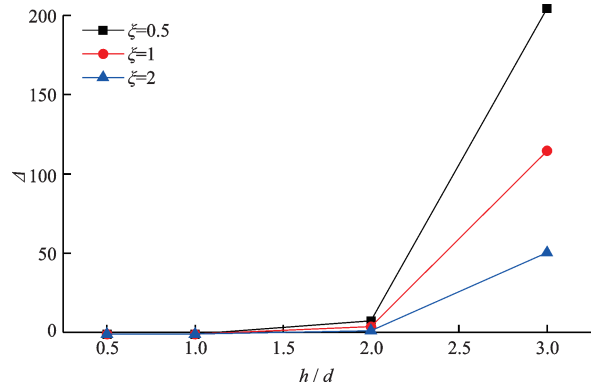


图6 厚度对溶洞顶板稳定性的影响

Fig.6 Influence of thickness on stability of cave roof

由图6可知,随着 h 的增加,结构系统中的总势能减小,导致溶洞顶板的稳定性随之增加。当 $h\leq d$,溶洞顶板破坏判据顶板 $\Delta<0$,此时顶板处于失稳状态;当 $h\geq 2d$, $\Delta>0$,溶洞顶板处于稳定状态;当 $d<h<2d$,随着 ξ 的增加,溶洞顶板发生失稳破坏所对应的顶板厚度越小。

4 工程算例

湖南某高速公路地势低平开阔^[20],场地地层自上而下分别为:填筑土、淤泥质细砂、黏土、砾砂、白云质灰岩等,基岩岩溶现象很发育,桥墩基础采用人工挖孔桩,当挖孔至9.00~11.00 m(约为设计桩深的一半)时,地表出现大面积沉陷,致使挖孔无法继续,需进行处治。现以²8桩为例(图7),在标高15.30 m以下存在溶洞,顶板跨距 $L=5$ m,原设计桩径 $d=$

1.2 m,设计荷载为2 600 kN,桩穿过白云质灰岩层10.70~15.30 m,层厚为4.6 m,深度为17.00 m以下,岩层的弹性模量 $E_s=20$ GPa,泊松比 $\mu_s=0.2$ 。

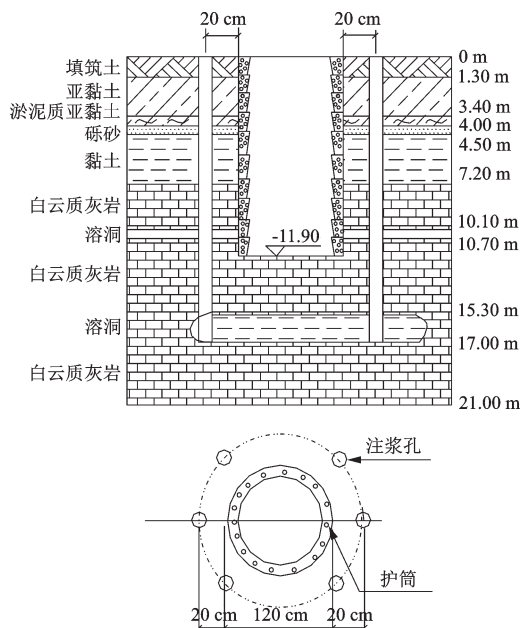


图7 #8桩设计施工图^[20]

Fig.7 #8 design working drawing^[20]

结合上述工程,采用本文方法,假设溶洞顶板岩层及其上覆土层的平均重度为 $\gamma=20$ kN/m³。考虑拱端处岩层的约束条件^[21],假定拱端支承弹簧的刚度为拱杆线刚度的1/2,此时两者的刚度比 $\xi=2$,安全系数 k 取4.0,通过采取试算法对溶洞顶板的最小安全厚度进行无限逼近,试算结果见表2。

表2 顶板最小安全厚度试算结果

Table 2 Trial results of minimum safe thickness of roof

顶板厚度/m	Δ	顶板稳定状态
2.11	-0.06	不稳定
2.12	-0.03	不稳定
2.13	0.01	稳定
2.14	0.05	稳定

根据表2可知,当顶板厚度 $h=2.13$ m时,可得 $\Delta>0$,此时溶洞顶板稳定。故该溶洞顶板的最小安全厚度 $h=2.13$ m。

为进一步验证该法的可靠性,将本文计算结果与按梁板理论计算的结果进行对比。根据文献[22]中的计算结果可知,当溶洞顶板按抗冲切进行验算时,可得溶洞顶板的最小安全厚度 $h=2.6$ m;

当溶洞顶板按抗剪切进行验算时,可得溶洞顶板的最小安全厚度 $h=2.4$ m;当溶洞顶板按弯拉进行验算时,可得溶洞顶板的最小安全厚度 $h=2.8$ m。与本文计算得到的顶板最小安全厚度 $h=2.13$ m较接近。

实际工程中桩端岩层厚度为3.4 m,满足要求,目前该工程竣工多年且运行良好,说明本文计算方法在工程设计中是合理可行的。

5 结论

(1)根据岩溶区嵌岩桩-溶洞体系的工程特点,将结构体系优化为两端弹性支承的三铰拱模型,并基于尖点突变理论导得嵌岩桩的极限承载力及溶洞顶板的安全厚度,该方法综合考虑了自重及桩端荷载对溶洞顶板稳定性的影响,可为岩溶区嵌岩桩稳定性的研究提供新的定量分析方法。

(2)通过参数分析,探讨了拱杆的线刚度与支承弹簧刚度比、溶洞顶板跨径及顶板厚度对顶板稳定性的影响规律,结果表明:溶洞顶板稳定性随刚度比 ξ 的增加而降低;当溶洞顶板跨径 $L\leq 4d$ 时,溶洞顶板处于稳定状态;当顶板厚度 $h\geq 2d$ 时,溶洞顶板不易发生突变失稳。

(3)本文计算方法将溶洞顶板失稳问题视为平面应变问题处理,未考虑桩与溶洞空间效应的影响,对尺寸效应的研究将是笔者今后研究的重点。

参考文献:

- [1] 张慧乐,张智浩,王述红,等.岩溶区嵌岩桩的试验研究与分析[J].土木工程学报,2013,46(1):92-103.
Zhang H L, Zhang Zh H, Wang Sh H, et al. Experimental study and analysis on rock-socketed pile in karst area [J]. China Civil Engineering Journal, 2013, 46(1): 92-103. (in Chinese)
- [2] 张智浩,张慧乐,马 凇,等.岩溶区嵌岩桩的破坏模式与工程设计探讨[J].岩石力学与工程学报,2013,32(增2):4 130-4 138.
Zhang Zh H, Zhang H L, Ma L, et al. Discussion on failure mode and engineering design of rock-socketed pile in karst area [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, 32(Sup 2): 4 130-4 138. (in Chi-

- nese)
- [3] 雷 勇,尹君凡,陈秋南,等.下伏溶洞嵌岩桩极限承载力试验研究[J].矿冶工程,2017,37(3):19-26.
Lei Y, Yin J F, Chen Q N, et al. Experimental study on bearing capacity of rock-socketed pile over karst cave [J]. Mining and Metallurgical Engineering, 2017, 37 (3):19-26. (in Chinese)
- [4] 雷 勇,尹君凡,陈秋南,等.溶洞顶板极限承载力计算方法及试验研究[J].公路交通科技,2017,34(5):80-85.
Lei Y, Yin J F, Chen Q N, et al. A calculation method and experimental study on ultimate bearing capacity of cave roof [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2017, 34 (5) : 80-85. (in Chinese)
- [5] 雷 勇,尹君凡,陈秋南.岩溶区桩端基岩极限承载力及破坏模式试验研究[J].应用力学学报,2017,34(4):774-780.
Lei Y, Yin J F, Chen Q N. The experimental study on limit bearing capacity and failure mode of pile end bed-rock in karst region [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2017, 34(4) : 774-780. (in Chinese)
- [6] 黎 斌,范秋雁,秦凤荣.岩溶地区溶洞顶板稳定性分析[J].岩石力学与工程学报,2002,21(4):532-536.
Li B, Fan Q Y, Qin F R. Analysis on roof stability of karst cave in karst areas [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21 (4) : 532-536. (in Chinese)
- [7] 孙映霞,王金安,张智浩.岩溶区桩基破坏模式研究及稳定性分析[J].工业建筑,2012,42(9):96-102.
Sun Y X, Wang J A, Zhang Zh H. Failure pattern study and stability analysis of pile foundation in karst area [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, 42 (9):96-102. (in Chinese)
- [8] 贺建清,喻畅英,肖 兰,等.基于上限定理确定岩溶区桩端极限承载力及其下伏溶洞顶板安全厚度[J].自然灾害学报,2017,26(2):47-52.
He J Q, Yu Ch Y, Xiao L, et al. Determination of ultimate bearing capacity of pile tip and safety thickness of cave roofs under pile tip in karst area based on upper bound theorem [J]. Journal of Natural Disasters, 2017, 26(2):47-52. (in Chinese)
- [9] Jiang Ch, Liu L, Wu J P. A new method determining safe thickness of karst cave roof under pile tip [J]. Journal of Central South University, 2014, 21 (3) : 1 190-1 196.
- [10] 潘 岳,王志强,张 勇.突变理论在岩体系统动力失稳中的应用[M].北京:科学出版社,2008.
Pan Y, Wang Zh Q, Zhang Y. Application of catastrophe theory in dynamic instability of rock mass system [M]. Beijing: Science Press, 2008. (in Chinese)
- [11] 何忠明,刘森峙,胡庆国,等.基于尖点突变理论的路基填筑下伏溶洞顶板稳定性研究[J].中南大学学报(自然科学版),2016,47(7):2 456-2 462.
He Zh M, Liu S Zh, Hu Q G, et al. Stability of karst cave roof during embankment filling based on cusp catastrophe theory [J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2016, 47(7) : 2 456-2 462. (in Chinese)
- [12] 赵明华,蒋 冲,曹文贵.岩溶区嵌岩桩承载力及其下伏溶洞顶板安全厚度的研究[J].岩土工程学报,2007,29(11):1 618-1 622.
Zhao M H, Jiang Ch, Cao W G. Study on bearing capacity of rock-socked piles and safe thickness of cave roofs in karst region [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(11) : 1 618-1 622. (in Chinese)
- [13] 龚先兵,赵明华,杨明辉,等.岩溶区桥梁基桩极限承载力的突变求解方法[J].公路交通科技,2012,29(11):53-57.
Gong X B, Zhao M H, Yang M H, et al. Determination of ultimate bearing capacity of pile in karst region based on catastrophe theory [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2012, 29 (11) : 53-57. (in Chinese)
- [14] 潘 岳,戚云松,李爱武.关于“岩溶区嵌岩桩承载力及其下伏溶洞顶板安全厚度的研究”的讨论[J].岩土工程学报,2009,31(2):303-306.
Pan Y, Qi Y S, Li A W. Discussion on “Study on bearing capacity of rock-socked pile and safe thickness of cave roofs in karst region” [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, 31(2) : 303-306. (in Chinese)
- [15] Serrano A, Olalla C, Galindo R A. Ultimate bearing capacity at the tip of a pile in rock based on the modified Hoek - Brown criterion [J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2014, 71:83-90.
- [16] 廖丽萍,杨万科,王启智.椭球形空洞地基稳定性分析[J].岩土力学,2010,31(增2):138-148.
Liao L P, Yang W K, Wang Q Zh. Stability analysis of an ellipsoidal cavity in foundation [J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(Sup 2):138-148. (in Chinese) (下转第 278 页)